

1 Editorial

Gilles Aldon

Malgré les difficultés que le monde entier a rencontrées ces deux dernières années, malgré la guerre déclarée aux portes de l'Europe, malgré l'instabilité géopolitique dans le monde entier, malgré les menaces liées à l'aggravation des conditions climatiques dans le monde, ou peut-être à cause de toutes ces raisons, la CIEAEM continue d'œuvrer pour que l'enseignement des mathématiques puisse permettre de forger la réflexion individuelle des citoyens, et des futurs citoyens, pour aborder scientifiquement des questions qui touchent le futur de notre monde. Ainsi, en 2021 et en 2022 la CIEAEM a organisé des rencontres en ligne pour continuer à réfléchir à ces questions vives qui touchent notre communauté d'enseignants et de chercheurs et dont nous présentons ci-dessous quelques éléments de compte rendu. Les articles présents dans cette lettre d'information ont été pour la plupart ébauchés durant la rencontre d'octobre et qui nous a permis de réfléchir ensemble sur l'éducation mathématique dans un monde en mutation.

Un rapide compte rendu de cette rencontre et des communications qui ont alimenté les discussions est présente page 5. Trois articles proposés par les membres de la CIEAEM illustrent bien le travail réalisé par les membres de la commission dans le monde de l'éducation mathématique : Fernando Hitt et ses collègues propose un texte sur la modélisation dans la transition primaire-secondaire (page 7), François Kalavassi, page 10, montre l'importance des liens entre les communautés de recherche et les approches de la diversité. Andreas Moutsios Rentzos, lui, propose une réflexion sur les évaluations internationales et de leurs influences dans les politiques nationales d'éducation mathématique (page 11).

Mais, cette lettre d'information est aussi le lieu pour annoncer la prochaine conférence qui se déroulera en présence, à Malmö, en Suède du 15 au 19 Août 2023! Notez le déjà dans votre agenda! Lisa Björklund-Boistrup vous en dit plus dans cette lettre, page 3. La CIEAEM 74 accueillera une Quality class présentée page, 4 par Lambrecht Spijkerboer

Finalement, durant ces deux années et en s'appuyant sur les conférences passées, la CIEAEM est sur le point d'éditer son troisième volume dans la série "CIEAEM Source book" chez Springer. Le thème de ce livre et la table des matières sont présentés page 14.

In spite of the difficulties that the whole world has faced in the last two years, in spite of the war declared at the gates of Europe, in spite of the geopolitical instability in the whole world, in spite of the threats linked to the worsening of the climatic conditions in the world, or perhaps because of all these reasons, the CIEAEM continues to work so that mathematics education can allow the individual reflection of citizens, and future citizens, to be forged in order to scientifically tackle questions that affect the future of our world. Thus, in 2021 and 2022, the CIEAEM has organised online meetings to continue to reflect on these live questions that affect our community of teachers and researchers, and of which we present below some of the minutes. The articles in this newsletter were mostly drafted during the October meeting, which allowed us to reflect together on mathematics education in a changing world.

A brief report of this meeting and of the papers that fuelled the discussions can be found here : 5. Three articles proposed by the members of the CIEAEM illustrate well the work carried out by the members of the commission in the world of mathematics education : Fernando Hitt and his colleagues propose a text on modelling in the primary-secondary transition (page 7), François Kalavassi, page 10, shows the importance of the links between the research communities and the approaches of diversity. Andreas Moutsios Rentzos, for his part, proposes a reflection on international assessments and their influence on national mathematics education policies (page 11).

But, this newsletter is also the place to announce the next conference which will take place in Malmö, Sweden from 15 to 19 August 2023! Save the date! Lisa Björklund-Boistrup tells you more in this newsletter, page 3. CIEAEM 74 will also welcome a quality class, presented page 4 by Lambrecht Spijkerboer.

Finally, during these two years and building on past conferences, the CIEAEM is about to publish its third volume in the "CIEAEM Source book" series with Springer. The theme of this book and the table of contents are presented on page 14.

Alors que cette Newsletter était en construction, Josette Adda nous a quitté. Le texte page 15 rappelle brièvement le travail réalisé par Josette au sein de la CIEAEM.

While this Newsletter was under construction, Josette Adda left us. The text on page 15 briefly recalls Josette's work within the CIEAEM.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| 1 Editorial | 1 |
| 2 Prochaine conférence / Next conference | 3 |
| 3 Quality class in Malmö | 4 |
| 4 Compte rendu de la recontre CIEAEM d'octobre 2022 / Report of CIEAEM meeting in October 2022 | 5 |
| 5 Projet : Modélisation dans la transition primaire-secondaire (immérgé dans une approche technologique en relation avec la pensée arithmético-algébrique) / Project : Modeling in the primary-secondary transition (immersed in a technological approach in relation to arithmetic-algebraic thinking) | 7 |
| 6 Links between working in communities of research and practice and the approaching of diversity into mathematical difficulties as a genetic fact | 10 |
| 7 Reflections on national and international assessments and evaluations, everyday teaching, educational policy, and mathematics education research : interactions and incongruencies | 11 |
| 8 CIEAEM Source Book | 14 |
| 9 In Memoriam Josette Adda | 15 |

2 Prochaine conférence / Next conference



CIEAEM 74 se déroulera à Malmö, en Suède du 15 au 19 août 2023.

Mathématiques et pratiques : Actions pour les futurs

Le thème du colloque CIEAEM 74, «Mathématiques et pratiques : des actions pour les futurs» concerne un large éventail de pratiques liées au mathématiques, réparties en quatre sous-thèmes :

- * Pratiques d'enseignement des mathématiques à l'école et à l'université, qui incluent une vision de la recherche sur l'enseignement des mathématiques en tant que pratique, qui collabore parfois avec les pratiques mathématiques en classe et/ou les pratiques de formation des enseignants de mathématiques
- * Pratiques mathématiques dans l'enseignement des mathématiques, qui incluent les types de tâches, les techniques de résolution de problèmes, les justifications et les connaissances générales sur lesquelles s'appuyer (conventions, axiomes, etc.)
- * Pratiques mathématiques dans l'éducation, en relation avec la langue et la culture, qui incluent comment les mathématiques peuvent être considérées comme une pluralité de pratiques mathématiques, où les langues et les cultures affectent la façon dont les mathématiques sont façonnées et appliquées
- * Pratiques mathématiques (didactiques) en lien avec d'autres pratiques, à l'intérieur et à l'extérieur de l'école, qui incluent par exemple l'enseignement professionnel et l'art

Plus d'informations sur <https://www.cieaem.org>

CIEAEM 74 will be held in Malmö, Sweden, from 15 to 19 August 2023.

Mathematics and practices : Actions for futures

The theme of the conference CIEAEM 74, "Mathematics and practices : Actions for futures" concerns a wide range of mathematically connected practices, divided into four subthemes :

- * Mathematics education practices in school and at university, including a view of mathematics education research as a practice, which sometimes collaborates with the practices of classroom mathematics and/or mathematics teacher education
- * Mathematics practices in mathematics education, including types of tasks, techniques for solving problems, justifications, and overarching knowledge to draw on (conventions, axioms et cetera)
- * Mathematics practices in education, in relation to language and culture, including how mathematics may be taken as a plurality of mathematical practices, where languages and cultures affect how mathematics is shaped and acted upon
- * Mathematics (education) practices in connection with other practices, in and out of school, including for example vocational education and art

More information on : <https://www.cieaem.org>

3 Quality class in Malmö

Lambrecht Spijkerboer

Last summer there was something special to celebrate. In Gdansk we organized the 25th edition of Quality Class. Unfortunately there was no CIEAEM-conference, but we found ourselves in a perfect place, at the CME-conference. CME is another interesting conference, with a lot of Polish, but also international participants. In this quality class there were 16 students participating from 7 different universities out of 5 different countries. As usual there was a lot to exchange and we've experienced the differences as well as our communalities. To conclude : Quality class is alive, after Covid, and I'm happy to announce for the next summer we will have hostage at the next CIEAEM-conference. So if you have students heading to be a math teacher for 12-18 y.o. students, please let me know, and I will provide you with the information of the upcoming event. (STA@Lambrechtspijkerboer.nl)

L'été dernier, il y avait quelque chose de spécial à célébrer. A Gdansk, nous avons organisé la 25ème édition de la Quality Class. Malheureusement, il n'y avait pas de conférence CIEAEM, mais nous nous sommes retrouvés dans un endroit parfait, à la conférence CME. CME est une autre conférence intéressante, avec beaucoup de participants polonais, mais aussi internationaux. Dans cette Quality class, il y avait 16 étudiants venant de 7 universités différentes et de 5 pays différents. Comme d'habitude, il y a eu beaucoup d'échanges et nous avons fait l'expérience des différences et de nos points communs. Pour conclure : La Quality class est vivante, après le Covid, et je suis heureux d'annoncer que pour l'été prochain nous serons hébergés dans la prochaine conférence de la CIEAEM. Alors si vous avez des étudiants qui se destinent à être professeur de mathématiques pour des élèves de 12 à 18 ans, n'hésitez pas à me le faire savoir, et je vous fournirai les informations de la prochaine Quality class. (STA@Lambrechtspijkerboer.nl)



4 Compte rendu de la rencontre CIEAEM d'octobre 2022 / Report of CIEAEM meeting in October 2022

L'éducation mathématique dans un monde en mutation

La rencontre s'est déroulée à partir de trois présentations qui interrogeaient d'une façon ou d'une autre le thème de la journée qui reposait sur les questions suivantes :

- Pourquoi est-il nécessaire de relier l'enseignement des mathématiques au monde réel, des leçons qui préparent les élèves aux crises qu'ils vivent dans le monde, des activités qui aident les apprenants à utiliser les mathématiques pour enrichir leur vie ?
- Pourquoi la construction mathématique peut-elle soutenir les réflexions pour analyser la situation réelle et proposer des solutions ?
- Pourquoi est-il nécessaire de penser l'enseignement des mathématiques à travers des contextes variés ?
- Comment améliorer et maintenir la continuité de l'enseignement des mathématiques en période de crises accrues et multiples qui perturbent les systèmes éducatifs au niveau mondial et local, en raison de l'économie, des pandémies, du changement climatique, des guerres et des flux de réfugiés ?
- Comment prévenir les phénomènes d'analphabétisme scientifique en donnant un sens à l'enseignement des mathématiques, en le reliant aux valeurs socioculturelles et à la pensée critique ?
- Comment la diffusion des communications virtuelles et des réseaux sociaux transforme-t-elle le cadre socioculturel des classes de mathématiques ?

Mathematics education in a changing world

The meeting was based on three presentations which in one way or another questioned the theme of the day which was based on the following questions :

- Why is it necessary to connect mathematics education to the real world, lessons that prepare students for the crises that they are experiencing in the world, activities that help learners to use mathematics for enriching their lives ?
- Why mathematical construction can support reflections to analyse the actual situation and propose solutions ?
- Why is it necessary to think mathematics education across contexts ?
- How to improve and maintain the continuity of mathematics education in times of increased and multiple crises disrupting education systems globally and locally, due to the economy, pandemics, climate change, wars and fluxes of refugees ?
- How to prevent the phenomena of scientific illiteracy by giving meaning to the teaching of mathematics, linking it with sociocultural values and critical thinking ?
- How does the spread of virtual communications and social networking transform the sociocultural settings of mathematics classrooms ?



Agnese Del Zozzo, de l'Université de Trente, a présenté une communication sur la dynamisation des textes mathématiques classiques avec GeoGebra : la géogébrification. Une étude exploratoire avec le manuel de géométrie projective et analytique de Guido Castelnuovo datant du début du siècle.

Cette recherche doctorale analyse le processus qui, à partir d'une partie d'un texte mathématique, conduit à une combinaison appropriée de ressources dans la plateforme de services GeoGebra. Nous appelons ce processus *géogébrization* pour faire référence à ce processus complexe (et à multiples facettes) qu'un humain met en action pour réaliser une combinaison appropriée de ressources de la plateforme GeoGebra. Ce processus d'éclaircissement tire parti de toutes les fonctionnalités de GeoGebra (par exemple, la dynamisation et l'animation du contenu mathématique), et il aboutit à un produit fini qui peut être exploité à son tour à des fins de communication, de vulgarisation ou d'éducation.

Giulia Bini, de l'Université de Turin, a parlé de "Math is in the eye of the beholder : what mathematical memes can tell us about learners' perception of mathematical concepts". Les memes créés par les étudiants et les échantillons de l'entretien ont été présentés et analysés pour montrer comment cette analyse permet d'acquérir des connaissances sur la perception des étudiants et les éventuelles conceptions erronées des concepts mathématiques abordés et sur la culture qui imprègne l'enseignement des mathématiques dans l'environnement observé. Ces connaissances peuvent être utilisées par les éducateurs pour planifier la manière d'intervenir sur ces conceptions erronées et pour sélectionner des entrées visuelles plus adaptées afin de soutenir la construction du sens par les élèves.

Andreas Moutsios-Rentzos, de l'Université nationale et Kapodistrienne d'Athènes, a présenté "Une discussion sur l'espace et le temps de la classe de mathématiques hybride : considérations spatio-temporelles". Dans cet article théorique, l'accent est mis sur l'espace et le temps dans la classe de mathématiques hybride. La récente pandémie a légitimé l'utilisation de moyens numériques, hybrides et asynchrones d'enseignement et d'apprentissage pour l'obtention de diplômes officiellement reconnus comme équivalents, dans la plupart des pays et des institutions (même ceux qui semblent réticents à adopter les nouvelles avancées technologiques). Divers systèmes éducatifs semblent promouvoir l'échange et/ou l'interaction entre les environnements d'apprentissage analogiques et numériques, impliquant ainsi une certaine continuité de l'enseignement et de l'apprentissage dans les environnements d'apprentissage hybrides. Les notions d'espace et de temps dans ces environnements d'apprentissage hybrides (et leur relation) doivent être réexaminées afin d'identifier les possibilités pédagogiques de chaque environnement spatio-temporel hybride.

Agnese Del Zozzo, from University of Trento, presented a communication about Dynamizing classical mathematical texts with GeoGebra : geogébrization An exploratory study with Guido Castelnuovo's textbook of projective and analytical geometry from early 1900

This PhD research studies the role of digital technologies in the learning of advanced geometry. Specifically, it analyzes the process that, starting from a portion of a mathematical text, leads to an appropriate combination of resources in the GeoGebra services platform that unpack the mathematical content embedded in the text. We call this process geogébrization to refer to that complex (and multifaceted) process that a human puts into action to realize a suitable combination of resources from GeoGebra's services platform. This unpacking process takes advantage of all the GeoGebra features (e.g., dynamization and animation of mathematical content), and it yields to a finished product that can be exploited in turn for communicative, popularizing, or educational purposes.

Giulia Bini, from University of Torino, spoke about "Math is in the eye of the beholder : what mathematical memes can tell us about learners' perception of mathematical concepts". Memes created by the students and samples from the interview have been presented and analysed to show how this investigation allows to gain knowledge about the students' perception and possible misconceptions of the addressed mathematical concepts and about the culture infusing the schooling of mathematics in the observed environment. This knowledge can be used by educators to plan how to intervene on these misconceptions and to select further attuned visual inputs to support students' meaning-making.

Andreas Moutsios-Rentzos, from National and Kapodistrian University of Athens, presented "A discussion about the space and time of the hybrid mathematics classroom : spatiotemporal considerations". In this theoretical paper, the focus is on the space and time in the hybrid mathematics classroom. The recent pandemic has legitimized the use of digital, hybrid and asynchronous means of teaching and learning towards officially accepted degrees as equivalent, in most countries and institutions (even those who appear to be reluctant in adopting of novel technological advances). Various educational systems appear to promote the interchange and/or interplay between analog and digital learning environments, thus implying some kind of teaching and learning continuity of the hybrid learning environments. It is posited that the notions of space and time in such hybrid learning environments (and their relationship) need to be re-visited, to identify the educational affordances of each hybrid spatiotemporal environment.

5 **Projet : Modélisation dans la transition primaire-secondaire (immergé dans une approche technologique en relation avec la pensée arithmético-algébrique) / Project : Modeling in the primary-secondary transition (immersed in a technological approach in relation to arithmetic-algebraic thinking)**

Hitt F.,¹ Saboya M.,¹ Cortés C.², Quiroz S.³ et Lupiáñez J-L.⁴

On a beaucoup insisté pour essayer de donner les caractéristiques de ce que serait une pensée arithmétique à l'école primaire, et d'une pensée algébrique à l'école secondaire. Une rupture avec cette approche a été prônée par le mouvement « Early-Algebra », qui vise à introduire l'algèbre dès le plus jeune âge (ex. Kaput, Carraher & Blanton 2008, Radford 2018). Notre position porte plutôt sur le développement d'une structure cognitive chez les élèves en transition primaire-secondaire ; par conséquent, un projet axé sur la promotion de la pensée arithmético-algébrique devrait être développé (Pittalis 2022). En effet, une équipe de chercheurs vise à expérimenter auprès des élèves le développement de la pensée arithmético-algébrique dans la transition primaire-secondaire (Hitt, Saboya et Cortés 2017 ; Hitt et Quiroz 2019 ; Hitt, Quiroz, Saboya et Lupiáñez, en cours d'évaluation). Des expérimentations ont été menées au Mexique et au Québec et des activités ont été développées pour la classe de mathématiques pilotées selon la méthode d'enseignement ACODESA dans un contexte papier-crayon et technologique (utilisation d'applets avec GeoGebra). Les activités (or situations de recherche) ont été publiées en français, anglais et espagnol et elles sont accessibles sur le site de l'Université de Sonora (UNISON) :

<http://pmme.mat.uson.mx/MEyT.html>

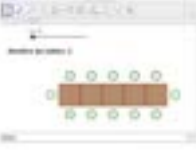
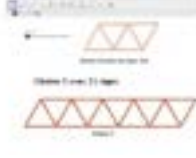
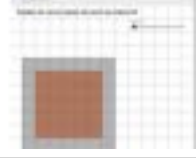
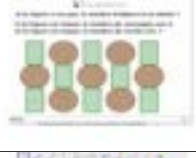
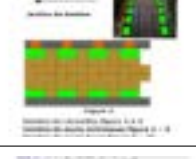

Ci-dessous un résumé des activités :

1. Université du Québec à Montréal.
2. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
3. Universidad Autónoma de Coahuila.
4. Universidad de Granada.

Much insistence has been placed on trying to provide the characteristics of what would be an arithmetic thinking in primary school, and on the other hand, an algebraic thinking in secondary school. A rupture with this approach has been promoted by the “Early-Algebra” movement, which aims to introduce algebra at an early age (eg. Kaput, Carraher & Blanton 2008, Radford 2018). Our position focuses rather on the development of a cognitive structure in students in the primary-secondary transition ; consequently, a project focused on the promotion of arithmetic-algebraic thinking should be developed (Pittalis 2022). In fact, a team of researchers aims to experiment with students in the primary-secondary transition on the development of arithmetic-algebraic thinking in the primary-secondary transition (Hitt, Saboya and Cortés 2017 ; Hitt et Quiroz 2019 ; Hitt, Quiroz , Saboya et Lupiáñez, under evaluation). Experiments have been carried out in Mexico and Quebec and activities have been developed for the mathematics classroom to be applied under the ACODESA teaching method in a pencil and paper and technological context (use of applets with GeoGebra). The activities (or research situations) have been published in French, English and Spanish ; they are accessible on the website of the University of Sonora (UNISON) :

<http://pmme.mat.uson.mx/MEyT.html>

Above is a summary of the activities.

| Représentation SP | Dessin | Verbale | Arithmético- algébrique | Applet |
|---|--------|---------|----------------------------|---|
| 1-Le restaurant de Marcel Marcel's restaurant | ✓ | ✓ | ✓ |  |
| 2-Bijouterie "El Dorado" Jewelry « El Dorado » | ✓ | ✓ | ✓ |  |
| 3-Le carré bordé The bordered square | ✓ | ✓ | ✓ |  |
| 4-Rectangles et cercles Rectangles and circles | ✓ | ✓ | ✓ |  |
| 5-Le jardin des citrouilles (au Québec) el camino de las caveritas (au Mexique) The pumpkin garden | ✓ | ✓ | ✓ |  |
| 6-Nombres polygonaux (triangulaires, carrés, pentagonaux, etc.) Polygonal Numbers (tri- angular, square, pentago- nal, etc). | ✓ | ✓ | ✓ |  |

References

Cortés C., Hitt F. & Saboya M. (2016). Pensamiento aritmético-algebraico a través de un espacio de trabajo matemático en un ambiente de papel, lápiz y tecnología en la escuela secundaria. *Bolema Río Claro (SP)*, 30(54), 240-264.

Hitt, F., Saboya, M. & Cortés C. (2016). Arithmetic-algebraic workspace to promote free transit between the arithmetic and algebraic thinking : triangular numbers. *ZDM Mathematics Education*. Dordrecht : Springer. DOI 10.1007/s11858-015-0749-5

Hitt, F., Saboya, M. & Cortés C. (2017). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning : An example with polygonal numbers. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini & Gellert U. (Eds.), *Mathematics and technology. A C.I.E.A.E.M. Sourcebook* (pp. 57-74). Cham : Springer.

Hitt, F., Cortés, C. & Saboya, M. (2017). Integrating arithmetic and algebra in a collaborative learning and computational environment using ACODESA. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini & Gellert U. (Eds.), *Mathematics and technology. A C.I.E.A.E.M. Sourcebook* (pp. 285-311). Cham : Springer.

Hitt, F., Saboya, M. & Cortés C. (2017). Rupture or continuity : the arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97-116.

Hitt, F. et Quiroz, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers d'un apprentissage socioculturel. *Annales de didactique et de Sciences Cognitives*, vol. 24, 75-106.

Hitt, F., Quiroz, S., Saboya, M. & Lupiañez, J-L. (en révision). Construction sociale de processus de généralisation arithmético-algébriques dans une approche par compétences à l'école québécoise. *Revista Educación Matemática*.

Kaput, J.J, Carraher, D.W., & Blanton, M.L. (Eds.). (2008). *Algebra in the early grades*. New York : Routledge.

Pittalis M. (2022). Young Students' Arithmetic-Algebraic Structure Sense : an Empirical Model and Profiles of Students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10333-y>.

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds* (pp. 3-25). Springer.

6 Links between working in communities of research and practice and the approaching of diversity into mathematical difficulties as a genetic fact

Francois Kalavasis, Aegean University, Greece.

It is crucial to understand the importance of organizing communities for research, experimentation and evolution in mathematics education at the local, national and international level. The transition between these levels makes it possible to deepen the genetic research of the difficulties in mathematics beyond the particular conditions, without marginalizing the systemic importance of the particular conditions of each school unit or of the digital environment in which the teachings and the learnings. the learning of mathematics with its international representations.

The community exchange experience reflects the diversity of mathematical activity and emphasizes the variety of learning pathways, institutionalizing the genetic fact of variety and alternative syllogisms against idealized stereotypes and individualistic obsessions with an ideal path to mathematics (Euclide said that there is no royal road to geometry).

Recent experiences describe the obstacles faced by many teachers to accept the link between two types of complexities. On the one hand, the strictly logico-mathematical epistemological and psychological dimensions in the emergence of this variety, integrating the quality of formal and informal interdisciplinary links between noetic syllogism and phenomenology of reality. On the other hand, the complexity of the effects of the interaction of these links with particular socio-cultural situations of the conditions of learning and teaching of mathematics.

By analyzing this type of obstacle, we can arrive at the pedagogical management of cognitive and learning diversity itself as a characteristic of the didactic situation and no longer focus separately on each alternative or apparently erroneous approach.

This implies the need for didactic techniques for the emergence of the diversity of approaches in the classroom and an institutionalized and inclusive presentation of the different syllogisms of the students.

Among the first results of this type of organized practice, one could observe the weakness of the precise link between the logico-mathematical syllogism resulting from a situational problem and the choice of the corresponding particular calculation among other alternative calculation choices used in similar problem situations. .

The development of this type of didactic situations leads to very fruitful research exchanges in local, national or international communities such as that of the CIEAEM.

Il est crucial de comprendre l'importance d'organiser des communautés pour la recherche, l'expérimentation et l'évolution de l'enseignement des mathématiques au niveau local, national et international. La transition entre ces niveaux permet d'approfondir la recherche génétique des difficultés en mathématiques au-delà des conditions particulières, sans marginaliser l'importance systémique des conditions particulières de chaque unité scolaire ou de l'ensemble du système éducatif. les conditions particulières, sans marginaliser l'importance systémique des conditions particulières de chaque unité scolaire ou de l'environnement numérique dans lequel les enseignements et les apprentissages. l'apprentissage des mathématiques avec ses représentations internationales.

L'expérience d'échange communautaire reflète la diversité de l'activité mathématique et met l'accent sur la variété des voies d'apprentissage, institutionnalisant le fait génétique de la variété et des syllogismes alternatifs contre les stéréotypes idéalisés et les obsessions individualistes d'un chemin idéal vers les mathématiques (Euclide disait qu'il n'y a pas de voie royale vers la géométrie).

Des expériences récentes décrivent les obstacles rencontrés par de nombreux enseignants à accepter le lien entre deux types de complexités. D'une part, les dimensions épistémologiques et psychologiques strictement logico-mathématiques dans l'émergence de cette variété, intégrant la qualité de l'interdisciplinarité formelle et informelle. entre le syllogisme noétique et la phénoménologie de la réalité. D'autre part, la complexité des effets de l'interaction de ces liens avec des situations socioculturelles particulières des conditions d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques.

En analysant ce type d'obstacle, on peut arriver à la gestion pédagogique de la diversité cognitive et d'apprentissage en tant que caractéristique de la situation didactique et non plus à se concentrer séparément sur chaque approche alternative ou apparemment erronée.

Ceci implique le besoin de techniques didactiques pour l'émergence de la diversité des approches dans l'enseignement. émergence de la diversité des approches dans la classe et une présentation institutionnalisée et inclusive des différents syllogismes des élèves.

Parmi les premiers résultats de ce type de pratique organisée, on a pu observer la faiblesse du lien précis entre le syllogisme logico-mathématique résultant d'une situation-problème et le choix du calcul particulier correspondant parmi d'autres choix de calcul alternatifs utilisés dans des situations-problèmes similaires. similaires. .

Le développement de ce type de situations didactiques

donne lieu à des échanges de recherche très fructueux dans des communautés locales, nationales ou internationales telles que celle de la CIEAEM.

7 Reflections on national and international assessments and evaluations, everyday teaching, educational policy, and mathematics education research : interactions and incongruencies

Andreas Moutsios-Rentzos

The educational systems seem to be under the constant scrutiny of the society with respect to their outcomes and its links with the diverse expectations. At the crux of these discussions lie the various national and international assessments and evaluations. Considering mathematics, it appears that the public discourse draws upon the results of these assessments and evaluations in mathematics to characterise the effectiveness of the whole educational system and, importantly, to suggest overall changes in the educational policy with immediate effects on the lives of the educational protagonists and the broader society. However, these discussions appear not to differentiate amongst the diverse foci and meanings of these processes. For example, international assessments like PISA pose a common set of criteria external to the specific national educational system to draw conclusions about their effectiveness. 15-year-old students from different countries around the world sit the PISA exams to identify the success of the educational system. Implicitly, the educational systems are questioned whether their outcomes accord with this externally set of criteria which were chosen to meet what an international organisation (like OECD) considers to be important in education, regardless the specific sociocultural needs of a country, as reflected on the goals of each educational system.

At the same time, different national assessments and evaluations also question the effectiveness of the educational system. For example, in Greece, the students who wish to enter university sit national exams, the results of which are used to characterise the effectiveness and the quality of the Greek educational system. Nevertheless, this process is merely a filtering process, which is the direct result of the fact that the candidates are more than the available university seats. Thus, the national exams need to set a partial order in the candidates (18-year-old) set with the more successful being the ones to be prioritised about their choice of university department. Such a process does not need to accord with the goals and the measures of the educational system. For example, the test that a mathematics high school teacher designs for his/her class reveals different levels of understanding and, at the same time, has a clear 'fail' grade e.g. less than '10' out of '20'. This is certainly not the case for the national exams.

Furthermore, various national and international ma-

thematical (on mathematics-including) competitions also function as measurements of the success of the educational systems. These competitions are designed by different organisations serving different scopes. For example, the Hellenic Mathematical Society (HMS) organises 'Thales'; a competition that essentially aims to identify students with exceptional mathematical performance (even 'giftedness'). At the same time, HMS organises 'Pythagoras'; a competition that aims to identify the degree of mathematical competency (conceptualised as a 7-dimensional construct). This is a case of the same organisation organising different evaluation processes that serve different needs of the specific organisation.

Moreover, educational systems undergo national diagnostic assessments. For example, last year in Greece, national diagnostic assessment was implemented in the last grade of primary school (12-year-old) and middle school (15-year-old) with the purpose to identify the degree that the Greek educational system meets its own goals. This process is an internal to the system process, which is meaningful with respect to the theoretical bedrock of the design of an educational system. Such an internally referenced process is in stark contrast with the externally imposed criteria of various international assessments.

Consequently, diverse assessments and evaluations of the educational systems –bearing qualitatively different nexus of goals, criteria, and theoretical perspectives– appear to co-exist. The interpretations of their findings should be appropriately set within the respective nexus, which suggests that the same educational system may be characterised as successful according to a set of criteria and unsuccessful to another. Mathematics education researchers have developed different theoretical and methodological tools to draw scientifically valid conclusions about mathematics as course taught within a broader educational system. According to a systemic perspective, it is emphasised that the educational system is a system, which implies that appropriate assessment and evaluating processes should be implemented : a multiplicity of sources of information to employ a systemic approach to assessment and evaluation, including the educational protagonists (teachers, students, principals, parents etc) of different educational levels, the educational resources (material and immaterial), the links of mathematics with other

courses and disciplines, the broader sociocultural context etc. Instead, it appears that the complexity of the whole educational system is usually over-simplistically projected to students (most of the times of a specific year-group). Considering the recent radical changes imposed by the pandemic towards to hybrid learning environments, as well as the call for interdisciplinary approaches to mathematics education, it is posited that a systemic approach to assessment and evaluation processes (see, for example, Kasimatis et al., 2021) is crucial for an educational system that functions as a meaning-producing (rather than meaning-draining) learning organisation. Such an approach entails multi-levelled viewings (or mappings) of the educational processes under diverse scopes, which also provide continuous multifaceted feedback to the system, thus promoting its meaningful transformations ; its learning.

Les systèmes éducatifs semblent faire l'objet d'un examen constant de la part de la société en ce qui concerne leurs résultats et leurs liens avec les diverses attentes. Les diverses évaluations nationales et internationales sont au cœur de ces discussions. En ce qui concerne les mathématiques, il semble que le discours public s'appuie sur les résultats de ces évaluations pour caractériser l'efficacité de l'ensemble du système éducatif et, surtout, pour suggérer des changements globaux dans la politique éducative ayant des effets immédiats sur la vie des protagonistes de l'éducation et de la société en général.

Cependant, ces discussions ne semblent pas faire la différence entre les divers objectifs et significations de ces processus. Par exemple, les évaluations internationales comme PISA posent un ensemble commun de critères externes au système éducatif national spécifique pour tirer des conclusions sur leur efficacité. Des élèves de 15 ans de différents pays du monde passent les examens PISA pour déterminer le succès du système éducatif. Implicitement, les systèmes éducatifs sont interrogés sur la conformité de leurs résultats à cet ensemble de critères externes, choisis pour répondre à ce qu'une organisation internationale (comme l'OCDE) considère comme important en matière d'éducation, indépendamment des besoins socioculturels spécifiques d'un pays, tels que reflétés dans les objectifs de chaque système éducatif.

En même temps, différentes évaluations nationales remettent également en question l'efficacité du système éducatif. Par exemple, en Grèce, les étudiants qui souhaitent entrer à l'université passent des examens nationaux, dont les résultats sont utilisés pour caractériser l'efficacité et la qualité du système éducatif grec. Néanmoins, ce processus n'est qu'un processus de filtrage, qui est le résultat direct du fait que les candidats sont plus nombreux que les places disponibles dans les universités. Ainsi, les examens nationaux doivent établir un ordre partiel dans l'ensemble des candidats (18 ans), les plus performants étant ceux qui seront prioritaires quant au choix de leur département universitaire. Un tel processus n'a pas besoin d'être en accord avec les objectifs et les mesures du système éducatif. Par exemple, le test qu'un professeur de mathématiques du secondaire conçoit pour sa classe révèle différents niveaux de compréhension et, en même temps, comporte une note d'échec claire, par exemple moins de "10" sur "20". Ce n'est certainement pas le cas pour les examens nationaux.

En outre, divers concours nationaux et internationaux de mathématiques (y compris de mathématiques) servent également à mesurer le succès des systèmes éducatifs. Ces concours sont conçus par différentes organisations et servent différents objectifs. Par exemple, la Hellenic Mathematical Society (HMS) organise "Thales", un concours qui vise essentiellement à identifier les étudiants ayant des performances exceptionnelles en mathématiques (voire des "talents"). En même temps, la HMS organise "Pytha-

gore", un concours qui vise à identifier le degré de compétence mathématique (conceptualisé comme une construction à 7 dimensions). Il s'agit d'un cas où la même organisation organise différents processus d'évaluation qui répondent à des besoins différents de l'organisation spécifique.

En outre, les systèmes éducatifs sont soumis à des évaluations diagnostiques nationales. Par exemple, l'année dernière en Grèce, une évaluation diagnostique nationale a été mise en œuvre dans la dernière année de l'école primaire (12 ans) et de l'école secondaire (15 ans) dans le but d'identifier le degré auquel le système éducatif grec atteint ses propres objectifs. Ce processus est un processus interne au système, qui a un sens par rapport au fondement théorique de la conception d'un système éducatif. Un tel processus à référence interne contraste fortement avec les critères imposés de l'extérieur par diverses évaluations internationales.

Par conséquent, diverses appréciations et évaluations des systèmes éducatifs - portant sur un ensemble qualitativement différent d'objectifs, de critères et de perspectives théoriques - semblent coexister. Les interprétations de leurs résultats doivent être établies de manière appropriée dans le cadre de ces liens respectifs, ce qui suggère que le même système éducatif peut être qualifié de réussi selon un ensemble de critères et d'échoué selon un autre. Les chercheurs en enseignement des mathématiques ont développé différents outils théoriques et méthodologiques pour tirer des conclusions scientifiquement valides

sur les mathématiques en tant que cours enseigné dans un système éducatif plus large. Selon une perspective systémique, il est souligné que le système éducatif est un système, ce qui implique que des processus d'évaluation appropriés doivent être mis en œuvre : une multiplicité de sources d'information pour employer une approche systémique de l'évaluation, y compris les protagonistes éducatifs (enseignants, élèves, directeurs, parents, etc.) de différents niveaux d'enseignement, les ressources éducatives (matérielles et immatérielles), les liens des mathématiques avec d'autres cours et disciplines, le contexte socioculturel plus large, etc. Au lieu de cela, il semble que la complexité de l'ensemble du système éducatif soit généralement projetée de manière trop simpliste aux élèves (la plupart du temps d'un groupe d'âge spécifique). Compte tenu des récents changements radicaux imposés par la pandémie vers des environnements d'apprentissage hybrides, ainsi que de l'appel à des approches interdisciplinaires de l'enseignement des mathématiques, il est postulé qu'une approche systémique des processus d'évaluation (voir, par exemple, Kasimatis et al., 2021) est cruciale pour un système éducatif qui fonctionne comme une organisation d'apprentissage productrice de sens (plutôt que destructrice de sens). Une telle approche implique des vues (ou des cartographies) à plusieurs niveaux des processus éducatifs dans divers domaines, qui fournissent également un retour d'information continu et multiforme au système, favorisant ainsi ses transformations significatives, son apprentissage.

Kasimatis, K., Moutsios-Rentzos, A., & Kalavasis, F. (2021). A Systemic Approach to Authentic Evaluation in Education. In T. Barkatsas, & P. McLaughlin (Eds.), *Authentic Assessment and Evaluation Approaches and Practices in a Digital Era* (pp. 329-349). Brill.

8 CIEAEM Source Book

Le livre "The role of the history of Mathematics in the Teaching / learning process" est en cours d'impression chez Springer et paraîtra dans la collection Advances in Mathematics Education.

The book "The role of the history of Mathematics in the Teaching / learning process" is currently in print with Springer and will be published in the Advances in Mathematics Education series.

CONTENTS

| | |
|---|---|
| The role of the history of Mathematics in the Teaching / learning process | Sixto Romero, Ana Serradó, Gilles Aldon and Peter Appelbaum |
| PART 1 The use of history in the teaching of mathematics | |
| Introduction | Ana Serradó |
| The exploration of Inaugural understandings in the history of mathematics and its potential for didactic and pedagogical reflection | David Guillemette |
| The value of historical knowledge through challenging mathematical tasks | Luis Menezes |
| An historic approach to modelling : enriching high school student's capacities..... | Sixto Romero Sánchez |
| The introduction of the algebraic thought in Spain : the resolution of the second degree equation..... | María José Madrid, Carmen León-Mantero and Alexander Maz-Machado |
| PART II History of mathematics and its relation to mathematical education | |
| Introduction | Peter Appelbaum and Sixto Romero |
| Mathematics Education in Different Times and Cultures | Sixto Romero Sánchez |
| Integrating the history of mathematics in mathematics education : examples and reflections from the classroom | Sonia Kafoussi and Christina Margaritidou |
| Re-constructing the image of mathematics through the diversity of the historical journeys of famous mathematicians | Fragkiskos Kalavasis and Andreas Moutsios-Rentzos |
| History of Ethnomathematics : Recent developments | Peter Appelbaum and Charoula Stathopoulou |
| PART III The role of history in the process of training the mathematician | |
| Introduction | Javier Díez and Joaquin Gimenez |
| Problems and puzzles in history of mathematics | Pedro Palhares |
| The potential in teaching the history of mathematics to pre-service teachers..... | Susan Gerofsky |
| The role of history in enriching mathematic teachers' training for Primary Education | Yuly Vanegas, Joaquin Gimenez and Montserrat Prat |
| Recent trends of history of Mathematics Teacher Education | Joaquín Giménez and Javier Díez-Palomar |
| PART IV Technology in the recent history of Mathematics Education | |
| Introduction | Gilles Aldon |
| Tools and technologies in a sociocultural approach of learning mathematical modelling | Fernando Hitt, José-Luis Soto and José-Luis Lupiáñez |
| Technology in primary and secondary school to teach and learn mathematics in the last decades | Giulia Bini, Monica Panero and Carlotta Soldano |
| A Trajectory of Digital Technologies Integration in Mathematical Education in Brazil : challenges and opportunities | Maria Elisabette Brisola Brito Prado, Nielce Meneguelo Lobo da Costa and José Armando Valente |
| History, Technology and Dynamic Geometry : From resources with static construction to DGE with touchscreen | Marcelo Bairral |
| FINAL CONCLUSION Appendices Index Author Index | |

9 In Memoriam Josette Adda

Gilles Aldon

Josette Adda nous a quitté ce 20 décembre 2022. Josette a participé scientifiquement de nombreuses années à la vie de la CIEAEM. Elle a été une des toute première membre de la commission lorsque Guy Brousseau était le président. Tout au long de sa carrière scientifique, Josette a soutenu l'importance du travail collaboratif avec les enseignants comme en atteste l'article qu'elle a écrit en 1973 dans le bulletin de l'association des professeurs de mathématiques en France : "Dans cet article, l'auteure milite pour que les enseignants se forment non seulement dans région dans les sections régionales de l'APMEP et dans le cadre des IREM, ou au niveau national dans les colloques inter-IREM par exemple et les réunions des diverses commissions de l'APMEP ; mais encore en participant à des colloques internationaux comme ceux organisés par la "Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques" (CIEAEM) ou "Commission internationale pour l'enseignement mathématique" (ICMI)." C'est grâce à elle que de nombreux professeurs ont participé aux travaux de la CIEAEM et sont devenus par la suite formateurs d'enseignants et chercheurs.

Mais elle a aussi largement contribué à l'amélioration de l'enseignement des mathématiques, notamment en proposant d'intégrer la logique dans l'enseignement des mathématiques et ce très tôt, dès l'école primaire. Le livre co-écrit avec W. Faivre et intitulé "éléments de logique pour servir à l'enseignement des mathématiques" s'adresse à "tous ceux que préoccupe ce qui fait de l'enseignement des mathématiques l'activité la plus attachante, la plus séduisante pour l'esprit et, on ne finira pas de s'en étonner, la mieux adaptée aux réalités concrètes." ⁵. Je vous invite à relire ces textes qui restent, aujourd'hui encore, source de réflexions et de développements.

Retirée depuis plusieurs années, Josette suivait toujours l'actualité de la CIEAEM et a souvent exprimé son attachement à cette commission.

Un grand merci de la part de tous les membres de la CIEAEM pour le travail réalisé et l'héritage spirituel que vous nous laissé et qui encore pour de longues années pourra alimenter nos réflexions.

Josette Adda left us on 20 December 2022. Josette participated scientifically for many years in the life of the CIEAEM. She was one of the very first members of the commission when Guy Brousseau was the president. Throughout her scientific career, Josette has supported the importance of collaborative work with teachers as evidenced by the article she wrote in 1973 in the bulletin of the Association of Mathematics Teachers in France : "In this article, the author militates for teachers to train not only in the region in the regional sections of the APMEP and in the framework of the IREMs, or at the national level in inter-IREM colloquia, for example, and meetings of the various APMEP commissions ; but also by participating in international colloquia such as those organised by the "International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Education" (CIEAEM) or the "International Commission for Mathematical Instruction" (ICMI)." It is thanks to her that many teachers have participated in the work of the CIEAEM and have subsequently become teacher trainers and researchers.

But she has also made a major contribution to the improvement of mathematics teaching, notably by proposing to integrate logic into mathematics teaching at a very early stage, from primary school. The book co-written with W. Faivre and entitled "Elements of logic to serve in the teaching of mathematics" is addressed to "all those who are preoccupied by what makes the teaching of mathematics the most attractive activity, the most seductive for the mind and, one will not end up being surprised, the best adapted to concrete realities." ⁵. I invite you to reread these texts, which are still a source of reflection and development today.

Retired for several years, Josette always followed the news of the CIEAEM and often expressed her attachment to this commission.

A big thank you from all the members of the CIEAEM for the work you have done and the spiritual heritage you have left us, which will continue to nourish our reflections for many years to come.

5. <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAP/AAP71001/AAP71001.pdf>