



Program CIEAEM-75 restricted meeting
"New frontiers in mathematics education"

Torino, April 22 – 24, 2024

Palazzo Nuovo, via S. Ottavio 20, Torino.

Room: *Sala Lauree Terracini*, ground floor (left at the end of the corridor when you enter)

Monday April 22

- 2.00 pm Registration.
- 2.30 pm Welcome.
- 2.45 pm Plenary Ferdinando Arzarello: Digital and non-digital tools in the mathematics class:
looking back for thinking forward
- 3.45 pm Break.
- 4.15 pm Panel input on the three themes:
- Classroom practices to foster critical thinking and citizenship (Alexandra Gomes)
- Interdisciplinarity and its role in mathematics education (Audrey Cooke)
- Emerging technologically extended learning environments (Andreas Moutsios-Rentzos)
- 4.45 pm Discussion in small groups around each theme.
- 5.30 pm End of the scientific program.
- 5.45 pm Commission meeting I.

Tuesday April 23

- 9.30 am Presentations and discussion of papers in two groups (with a break):
Sala Terracini: Classroom practice & Technology
(Animators: Javier Diez-Palomar and Lambrecht Spijkerboer)
Auditorio Quazza (basement): Interdisciplinarity (Animator: Giulia Bini)
- 1.00 pm Lunch break.
- 2.30 pm Posters exhibition.
- 3.00 pm Commission meeting II / Walking city tour for non-Commission members (Raffaele Casi)
- 8.00 pm Conference dinner. *Restaurant*: Decoratori&Imbianchini, via Francesco Lanfranchi, 28.

Wednesday April 24

- 9.30 am Three parallel workshops:
Sala Terracini: Classroom practices (Lambrecht Spijkerboer & Kalina Kijewska)
Aula seminari 1 (basement): Interdisciplinarity (Susan Gerofsky)
Aula seminari 2 (basement): Technology (Mosé Colangelo)
- 10.45 am Coffee break.
- 11.10 am Final discussion and conclusions about the themes in small groups:
Aula Terracini: Classroom practices (Alexandra Gomes)
Aula seminari 1 (basement): Interdisciplinarity (Audrey Cooke)
Aula Terracini: Technology (Andreas Moutsios-Rentzos)
- 12.00 am Presentations of the results in plenary.
- 12.30 am Closure.



CIEAEM-75 Restricted Meeting

"New frontiers in mathematics education"

Torino, April 22 – 24, 2024

Abstracts // Résumés

Oral communications - Communications orales

Theme: Classroom practices to foster critical thinking and citizenship - Pratiques en classe pour favoriser la pensée critique et la citoyenneté

Zuzana Arazim Dolejsi

University of Prague

English

ARGUMENTATION AND DIDACTICAL METHODS DEVELOPING CRITICAL THINKING

Nowadays, critical thinking is seen as a key skill and, together with media literacy, as an essential tool against the rise of populism and the spread of conspiracy theories. Yet no workable definition of the notion is available, nor a methodology for improving critical thinking in society. For everyday life, we would simply summarize that critical thinking is a way of thinking which leads us to accept received information critically and reasonably and to resist first impression, public opinion, and prejudices, basically the opposite of irrational, illogical thinking. This contribution purports to present possible conceptualization of critical thinking from the point of view of didactics of mathematics. Skills closely related to critical thinking such as recognition of relevance, working with information, deduction, metacognition, and argumentation, i.e. skills that can be considered as epistemological factors of critical thinking can be developed by appropriate didactic methods which are applicable across all subjects and levels of education. One important factor of critical thinking – recognizing relevance - has been observed in lower secondary school (pupils aged around 12 years old). The case study carried out during math lessons has monitored the success rate in word problems about the same context (respectively day-life situations) but with various data entering (one of them was explicitly providing data needed for the calculation, the other assignment required correct choice of input data by the pupils). Based on the interim examination of the development of this skill of critical thinking in pupils, some measures that can train logical thinking, communication and reading literacy and consequently advance the improvement have been proposed and will be discussed and evaluated. Special attention is paid to argumentation that can be viewed from at least two key points: as a part of critical thinking, and as a tool to improve critical approach to information and reasoning. Noting that critical thinking is a social skill, it is appropriate to connect its factors (such as above mentioned reasoning and working with information, deduction, etc.) with dialogical argumentation. Dialogue plays a very important role in argumentation by the mere presentation our thoughts explicitly and also because deductive reasoning is not a direct evolutionary adaptation but rather the by-product of an adaptation. A significant fact is

that the results of reasoning are significantly improved if the reasoning proceeds interactively in a group of individuals. A good example of a didactical method developing reasoning, literacy and argumentation skills is a dialogical role-play with roles of a “Prover” and a “Sceptic” which characterizes an optimal mixture of cooperation and discordance. This didactical activity can be applied throughout all school subjects at all stages of education.

Français

ARGUMENTATION ET MÉTHODES DIDACTIQUES DÉVELOPPANT L'ESPRIT CRITIQUE

De nos jours, l'esprit critique est considéré comme une compétence clé et, avec l'éducation aux médias, comme un outil essentiel contre la montée du populisme et la propagation des théories du complot. Toutefois, aucune définition pratique de cette notion n'est pas disponible, ni aucune méthodologie permettant d'améliorer la pensée critique dans la société. Pour la vie de tous les jours, nous résumerions simplement que l'esprit critique est une façon de penser qui nous amène à accepter les informations reçues de manière critique et raisonnable et à résister à la première impression, à l'opinion publique et aux préjugés, fondamentalement l'esprit critique est l'opposé de la pensée irrationnelle et illogique. Cette contribution prétend présenter une conceptualisation possible de la pensée critique du point de vue de la didactique des mathématiques. Les compétences étroitement rapportées à l'esprit critique, telles que la reconnaissance de la pertinence, le travail avec l'information, la déduction, la métacognition et l'argumentation, c'est-à-dire les compétences qui peuvent être considérées comme des facteurs épistémologiques de la pensée critique, peuvent être développées par des appropriées méthodes didactiques applicables dans toutes les matières et tous les cours de l'éducation. Un facteur important de pensée critique – la reconnaissance de la pertinence – a été observé dans le premier cycle du secondaire (classe de sixième, élèves âgés 11-12 ans). L'étude de cas réalisée pendant les cours de mathématiques a permis de suivre le niveau de réussite dans des problèmes écrits. Ces problèmes décrivent le même contexte (respectivement les mêmes situations de la vie quotidienne) mais avaient différentes formes des énoncés (l'un d'eux fournissait explicitement les données nécessaires au calcul, l'autre demandé une sélection parmi données d'entrée par les élèves). Sur la base de l'examen intermédiaire du développement de cette capacité de pensée critique chez les élèves, certaines mesures susceptibles de développer la pensée logique, la communication et la lecture et, par conséquent, de faire progresser l'amélioration ont été proposées et seront discutées et évaluées. Une attention particulière est accordée à l'argumentation qui peut être considérée sous au moins deux points clés : en tant que partie de la pensée critique et en tant qu'outil permettant d'améliorer l'approche critique de l'information et du raisonnement. Sachant que l'esprit critique est une compétence sociale, il convient de relier ses facteurs (tels que le raisonnement mentionné ci-dessus et le travail avec l'information, la déduction, etc.) à l'argumentation dialogique. Le dialogue joue un rôle très important dans l'argumentation par la simple présentation explicite de nos pensées et aussi parce que le raisonnement déductif n'est pas une adaptation évolutive directe mais plutôt le sous-produit d'une adaptation. Un fait important est que les résultats du raisonnement sont considérablement améliorés si le raisonnement se déroule de manière interactive au sein d'un groupe d'individus. Un bon exemple de méthode didactique développant les compétences de raisonnement, d'alphabétisation et d'argumentation est un jeu de rôle dialogique avec les rôles d'un « prouveur » et d'un « sceptique » qui caractérise un mélange optimal de coopération et de discordance. Cette activité particulière peut même être appliquée dans toutes les matières scolaires et à tous les cours de l'enseignement.

Alexandra Gomes

University of Minho

English

THE POWER OF MATH PROBLEM POSING IN PRESERVICE TEACHER EDUCATION: ENHANCING CREATIVITY AND CRITICAL THINKING

Problem posing tasks are generally cognitively demanding because they often require students to think deeply about mathematical concepts, make connections, and devise their own strategies for solving problems. Such

tasks can promote students' conceptual understanding, foster their ability to reason and communicate mathematically and capture their interest (Yao et al., 2021, Zhang & Cai, 2021). By grappling with these complex problems, students develop their problem-solving skills and learn to approach challenges systematically. This process cultivates critical thinking by encouraging students to evaluate different strategies, consider alternative perspectives, and adapt their approaches as needed. Problem posing can also foster creativity (Papadopoulos, 2022; Silver, 1997) and build students' confidence in their mathematical abilities, which can empower them to participate more fully in society. Teachers play a vital role in creating problem-posing learning opportunities for their students, but they often lack problem-posing experience. It is therefore essential that during their training, they develop knowledge about problem formulation. For teachers to feel comfortable and effectively integrate problem posing into their lessons, as suggested by the literature, it is essential that they experience problem posing during their initial training and develop their knowledge and skills in creating mathematical problems (Chapman, 2012; Grundmeier, 2003). In this paper we present a study involving 25 students (future educators/teachers) enrolled in a curricular unit within the Master's degree in Preschool and Primary Education. The students were invited to formulate and solve problems for primary school pupils, in groups, using an illustration as a context. According to Marston (2014), illustrations can be a stimulus for teachers to solve and formulate problems and to apply and integrate concepts in relevant or everyday situations. The aim of the study is to understand the level of cognitive demand of the problems that students formulate and to identify indicators of creativity in the formulation of these problems. The methodology has the characteristics of a descriptive and interpretive study, based on the qualitative paradigm (Creswell & Poth, 2016). Data consisted of the problems that the students formulated and their resolutions. It was found that all the groups were able to formulate mathematical problems. The problems created revealed some creativity and the students considered different strategies for solving the problems.

Français

LE POUVOIR DES PROBLÈMES MATHÉMATIQUES POSÉS DANS LA FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS : AMÉLIORER LA CRÉATIVITÉ ET LA PENSÉE CRITIQUE

Les tâches de pose de problèmes sont généralement exigeantes sur le plan cognitif, car elles obligent souvent les élèves à réfléchir profondément à des concepts mathématiques, à établir des liens et à concevoir leurs propres stratégies pour résoudre des problèmes. De telles tâches peuvent favoriser la compréhension conceptuelle des élèves, favoriser leur capacité à raisonner et à communiquer mathématiquement et capter leur intérêt (Yao et al., 2021, Zhang et Cai, 2021). En s'attaquant à ces problèmes complexes, les étudiants développent leurs compétences en résolution de problèmes et apprennent à aborder les défis de manière systématique. Ce processus cultive la pensée critique en encourageant les élèves à évaluer différentes stratégies, à envisager des perspectives alternatives et à adapter leurs approches si nécessaire. La pose de problèmes peut également favoriser la créativité (Papadopoulos, 2022 ; Silver, 1997) et renforcer la confiance des élèves dans leurs capacités mathématiques, ce qui peut leur permettre de participer plus pleinement à la société. Les enseignants jouent un rôle essentiel dans la création d'opportunités d'apprentissage permettant à leurs élèves de poser des problèmes, mais ils manquent souvent d'expérience dans ce domaine. Il est donc essentiel qu'au cours de leur formation, ils développent des connaissances sur la formulation de problèmes. Pour que les enseignants se sentent à l'aise et intègrent efficacement la pose de problèmes dans leurs cours, comme le suggère la littérature, il est essentiel qu'ils expérimentent la pose de problèmes au cours de leur formation initiale et développent leurs connaissances et compétences dans la création de problèmes mathématiques (Chapman, 2012; Grundmeier, 2003). Dans cet article, nous présentons une étude impliquant 25 étudiants (futurs éducateurs/enseignants) inscrit dans une unité pédagogique du Master en enseignement préscolaire et primaire. Les élèves ont été invités à formuler et à résoudre des problèmes destinés aux élèves du primaire, en groupes, en utilisant une illustration comme contexte. Selon Marston (2014), les illustrations peuvent inciter les enseignants à résoudre et à formuler des problèmes et à appliquer et intégrer des concepts dans des situations pertinentes ou quotidiennes. Le but de l'étude est de comprendre le niveau d'exigence cognitive des problèmes que formulent les étudiants et d'identifier des indicateurs de créativité dans la formulation de ces problèmes. La méthodologie présente les caractéristiques d'une étude descriptive et interprétative, basée sur le paradigme qualitatif (Creswell & Poth, 2016). Les données comprenaient les problèmes formulés par les étudiants et leurs résolutions. Il s'est avéré que tous les groupes étaient capables de formuler des problèmes mathématiques. Les

problèmes créés ont révélé une certaine créativité et les élèves ont envisagé différentes stratégies pour résoudre les problèmes.

REFERENCES

- [1] Chapman, O. (2012). Prospective elementary school teachers' ways of making sense of mathematical problem posing. *PNA*, 6(4), 135-146.
- [2] Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2016). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Sage publications.
- [3] Grundmeier, T. A. (2003). The effects of providing mathematical problem -posing experiences for K-8 pre-service teachers: Investigating teachers' beliefs and characteristics of posed problems. Doctoral Dissertations. <https://scholars.unh.edu/dissertation/127>
- [4] Marston, J. (2014). Identifying and Using Picture Books with Quality Mathematical Content: Moving beyond "Counting on Frank" and "The Very Hungry Caterpillar". *Australian Primary Mathematics Classroom*, 19(1), 14-23.
- [5] Papadopoulos, I., Patsiala, N., Baumanns, L., & Rott, B. (2022). Multiple approaches to problem posing: Theoretical considerations regarding its definition, conceptualisation, and implementation. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 12(1), 13-34.
- [6] Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 3, 75-80.
- [7] Yao, Y., Hwang, S., & Cai, J. (2021). Preservice teachers' mathematical understanding exhibited in problem posing and problem solving. *ZDM—Mathematics Education*, 53(4), 937-949.
- [8] Zhang, H., & Cai, J. (2021). Teaching mathematics through problem posing: Insights from an analysis of teaching cases. *ZDM—Mathematics Education*, 53, 961-973.

Lisa Österling

Stockholm University

English

FACING THE OTHER THROUGH READING RESEARCH

In Levina's philosophy of ethics, facing the other through language and empathy builds bridges between the self and the other (Legrand, 2022). For mathematics teachers, to develop understanding for students to struggle with mathematics is found to be the most important aspect for taking up professional development for mathematics teachers (Büscher & Prediger, 2022; Cobb & Jackson, 2021). In a recent Swedish survey (see IMMPACT-project1), most of the 150 participating beginning mathematics students responded they felt a belonging in school mathematics, and achieved well in the subject. However, from interviews there were heartbreaking stories about pursuing mathematics despite discouragements from teachers. This is a testimony that mathematics teacher awareness about challenges faced by disadvantaged or minoritized students makes a difference. Therefore, building empathy through facing the other is an important strive for mathematics teacher education.

I elaborate on how mathematics student teachers are invited to meeting the other through reading research about mathematics and students' who struggle. As part of a course in mathematics education for secondary mathematics student teachers, we broadened the repertoire of readings to include research on minoritized students, on identity, and on students who struggle. For this presentation, I discuss how we approached the article "Constructing and resisting disability in mathematics classrooms: A case study exploring the impact of different pedagogies" (Lambert, 2015). The article presents an ethnographic study, focusing two students in a mathematics classroom shifting from a problem-solving inquiry pedagogy, to a passing the test-pedagogy. It describes how both the teacher and students react to ability streaming, to the testing regime and to the lower expectations for racialized children. The reading instruction for these articles was to "Read the results with your

hearts". This is one of the articles my student teachers remember one year later, and this presentation will outline the pedagogical opportunities of meeting the other through reading research in mathematics teacher education.

Français

TROUVER LE VISAGE DE L'AUTRUI DANS RECHERCHE DES DIDATIQUES

Dans la philosophie de l'éthique de Levinas, le fait de se confronter à l'Autrui, de se voir soi-même dans l'autre, est construit par, et se construit dans, le langage et l'empathie (Legrand, 2022). Pour les enseignants de mathématiques, la compréhension des élèves qui ont des difficultés avec les mathématiques s'avère être l'aspect le plus important pour réussir leur développement professionnel (Büscher et Prediger, 2022 ; Cobb et Jackson, 2021). L'importance de l'empathie des enseignants des mathématiques se montre aussi dans une étude Suédoise (voir le projet IMMPACT¹), où il y a eu des histoires déchirantes des découragements des enseignants, rencontrés des étudiants qui ont poursuivi les mathématiques malgré l'attitude des enseignants. La sensibilisation des enseignants de mathématiques fait toute la différence pour les élèves défavorisés ou minorités. Alors, la construction de l'empathie par se trouver devant le visage de l'Autrui centrale pour la formation des enseignants de mathématiques.

J'explique comment, dans mes cours, les futurs enseignants de mathématiques se sont rendus en face du visage de l'Autrui en lisant des articles de recherches sur les mathématiques et les élèves qui luttent en mathématique. Dans le cadre d'un cours destiné aux étudiants en mathématiques du secondaire, nous avons élargi le répertoire de lectures pour inclure des recherches sur les élèves minorisés, sur l'identité et sur les élèves en difficulté. Pour cette présentation, je discute de la façon dont nous avons abordé l'article « Constructing and resisting disability in mathematics classrooms : A case study exploring the impact of different pedagogies » (Lambert, 2015). L'article présente une étude ethnographique, en suivant deux élèves d'une classe de mathématiques passant d'une pédagogie de la résolution de problèmes à une pédagogie concentrée sur la réussite à l'examen. Il décrit comment l'enseignant et les élèves réagissent à la classe nivelée, au régime d'évaluation et aux attentes plus faibles à l'égard des enfants racialisés. L'instruction de lecture de ces articles était de « lire les résultats avec votre cœur ». C'est l'un des articles dont mes futurs enseignants se souviennent un an plus tard, et cette présentation décrira les possibilités pédagogiques de se trouver en face du visage de l'Autrui, en lisant de la recherche dans la formation des enseignants de mathématiques.

REFERENCES

- [1] Boylan, M. (2016). Dimensions éthiques de l'enseignement des mathématiques. *Educ Stud Math* 92, 395–409 (2016). <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9678-z>
- [2] Büscher, C., et Prediger, S. (2022). Les pratiques des enseignants en matière d'intégration des exigences exigeantes de l'enseignement inclusif des mathématiques dans un programme de perfectionnement professionnel. *Journal de la formation des enseignants de mathématiques*. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09560-5>
- [3] Cobb, P. et Jackson, K. (2021). Un système empirique de soutien à l'amélioration de la qualité de l'enseignement des mathématiques à grande échelle. *Études de mise en œuvre et de réplique dans l'enseignement des mathématiques*, 1(1), 77–110. <https://doi.org/10.1163/26670127-01010004>
- [4] Lambert, R. (2015). Construire et résister au handicap dans les classes de mathématiques : une étude de cas explorant l'impact de différentes pédagogies. *Études pédagogiques en mathématiques*, 89, 1-18. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9587-6>
- [5] Legrand, D., (2022) L'autre réplique : Lire Merleau-Ponty avec Levinas. *Archives de Philosophie*, 85 (3), pp.83-100. <https://hal.science/hal-03919430/document>

¹ <https://www.su.se/department-of-teaching-and-learning/news/the-impact-project-takes-the-pulse-of-inclusion-in-higher-education-1.678436>

Theme: Interdisciplinarity and its role in mathematics education - L'interdisciplinarité et son rôle dans l'éducation mathématique

Giulia Bini¹, Lorenzo Pollani², Alessandra Boscolo³, Sara Gagliani Caputo¹, Marzia Garzetti³, Carlotta Vielmo⁴, Laura Branchetti¹

¹University of Milan, ²Sapienza University of Rome, ³University of Genoa, ⁴University of Trento

English

THE GENESIS OF DOCUMENTS FOR TEACHERS' INTERDISCIPLINARY PROFESSIONAL DEVELOPMENT TO FOSTER REASONING AND CITIZENSHIP

We present the documentational genesis of interdisciplinary educational material developed by a team of didacticians (i.e., researchers and teacher educators, as in [6]) for use in a professional development (PD) program with secondary school mathematics and physics teachers to foster their reasoning and critical thinking. We conceive interdisciplinarity as a profound integration of disciplines [7]. Recent research [2] conceptualises it through the Family Resemblance Approach [3] and the metatheory of boundary objects, boundary crossing and boundary people [1]. The first allows characterising disciplines in terms of their wide epistemic core, which encompasses aims and values, methodologies, and practices, in addition to knowledge. The second allows characterising the boundary between disciplines as a metaphorical space of encounters, interactions and negotiations between actors from different disciplines. Building on this conception, we focus our attention on the reasoning that can be activated by an interdisciplinary activity. We conceptualise reasoning through Habermas's rationality [5], as a lens to look at, manage and become aware of the reasoning processes, in our case those activated during the interdisciplinary discussion about the materials. Habermas' rationality comprises three components: epistemic, involving the validation of claims following shared premises and legitimate modes of argumentation; teleological, entailing the deliberate selection and use of tools and strategies to achieve the activity's objective; and communicative, including adherence to rules ensuring both the ability to communicate the steps of argumentation and the conformity of the outcome to the standard or target reference. We argue that purposefully designed, rich and "undisciplined" [9] educational materials for teachers facilitate firstly the exploration of aims, problems, assumptions, and alternative viewpoints [8], serving as catalysts for cultivating teachers' reasoning and critical thinking. Therefore, didacticians aimed to provide participants in the PD program with such interdisciplinary educational materials. Moreover, a wider objective was to develop participants' awareness of how these materials (possibly redesigned) can in turn impact students' reasoning and critical thinking, cornerstones for responsible citizenship. The scarcity of such educational materials for teachers led didacticians to design new ones tailored to these specific objectives. The design process was ignited by existing educational material, which underwent a collaborative redesign to address the new educational requirements. This redesign process can be interpreted as an instance of documentational genesis [4] where an existing resource (a video, a website, a text) is paired with a new utilization scheme to produce a document usable in an educational context. We will observe, through the lens of the documentational genesis, the didacticians' design effort, starting from a mathematical resource conceived for students' national evaluation (INVALSI) and adapting it to become a document rich in terms of interdisciplinary and reasoning affordances for teachers. We believe that shedding light on this process of documentational genesis is valuable in research, as it demonstrates how a resource originally intended for students and for a narrow and disciplinary educational purpose can be expanded by altering utilization schemes to produce a new document, thereby multiplying opportunities for both didacticians and teachers.

Français

LA GENESE DES DOCUMENTS POUR LE DEVELOPPEMENT PROFESSIONNEL INTERDISCIPLINAIRE DES ENSEIGNANTS VISANT A PROMOUVOIR LE RAISONNEMENT ET LA CITOYENNETE

Nous présentons la genèse documentaire du matériel pédagogique interdisciplinaire développé par une équipe de didacticiens (c'est-à-dire des chercheurs et des formateurs d'enseignants, comme dans [6]) à utiliser dans le cadre d'un programme de développement professionnel (DP) avec des enseignants de mathématiques et de physique du secondaire pour favoriser leur raisonnement et leur pensée critique. Nous concevons l'interdisciplinarité comme une intégration profonde des disciplines [7]. Des recherches récentes [2] la conceptualisent à travers l'Approche de la Ressemblance Familiale [3] et la métathéorie des objets de frontière, du franchissement de frontière et des personnes de frontière [1]. La première permet de caractériser les disciplines en termes de leur large noyau épistémique, qui englobe les objectifs et les valeurs, les méthodologies et les pratiques, en plus des connaissances. La seconde permet de caractériser la frontière entre les disciplines comme un espace métaphorique de rencontres, d'interactions et de négociations entre des acteurs de différentes disciplines. En nous appuyant sur cette conception, nous concentrons notre attention sur le raisonnement qui peut être activé par une activité interdisciplinaire. Nous conceptualisons le raisonnement à travers la rationalité de Habermas [5], comme une lentille pour observer, gérer et prendre conscience des processus de raisonnement, dans notre cas ceux activés lors de la discussion interdisciplinaire sur le matériel. La rationalité de Habermas comprend trois composantes : épistémique, impliquant la validation des revendications suivant des prémisses partagées et des modes légitimes d'argumentation ; téléologique, impliquant la sélection délibérée et l'utilisation d'outils et de stratégies pour atteindre l'objectif de l'activité ; et communicative, incluant l'adhésion à des règles garantissant à la fois la capacité de communiquer les étapes de l'argumentation et la conformité du résultat à la norme ou à la référence cible. Nous soutenons que des matériaux pédagogiques délibérément conçus, riches et "indisciplinés" [9] pour les enseignants facilitent d'abord l'exploration des objectifs, des problèmes, des hypothèses et des points de vue alternatifs [8], servant de catalyseurs pour cultiver le raisonnement et la pensée critique des enseignants. Par conséquent, les didacticiens ont cherché à fournir aux participants au programme de DP de tels matériaux éducatifs interdisciplinaires. De plus, un objectif plus large était de développer la conscience des participants sur la façon dont ces matériaux (éventuellement retravaillés) peuvent à leur tour influencer le raisonnement et la pensée critique des élèves, pierres angulaires de la citoyenneté responsable. La rareté de tels matériaux éducatifs pour les enseignants a conduit les didacticiens à concevoir de nouveaux matériaux adaptés à ces objectifs spécifiques. Le processus de conception a été déclenché par l'existence de matériel éducatif existant, qui a fait l'objet d'un remaniement collaboratif pour répondre aux nouvelles exigences éducatives. Ce processus de remaniement peut être interprété comme une instance de genèse documentaire [4] où une ressource existante (une vidéo, un site Web, un texte) est associée à un nouveau schéma d'utilisation pour produire un document utilisable dans un contexte éducatif. Nous observerons, à travers le prisme de la genèse documentaire, l'effort de conception des didacticiens, à partir d'une ressource mathématique conçue pour l'évaluation nationale des élèves (INVALSI) et en l'adaptant pour devenir un document riche en termes d'opportunités interdisciplinaires et de raisonnement pour les enseignants. Nous croyons que mettre en lumière ce processus de genèse documentaire est précieux dans la recherche, car cela montre comment une ressource initialement destinée aux élèves et à un but éducatif étroit et disciplinaire peut être élargie en modifiant les schémas d'utilisation pour produire un nouveau document, multipliant ainsi les opportunités à la fois pour les didacticiens et les enseignants.

REFERENCES

- [1] Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Boundary Crossing and Boundary Objects. *Review of Educational Research*, 81(2), 132–169.
- [2] Branchetti, L., Morselli, F., & Pollani, L. (2023). Interdisciplinary task design for pre-service teacher education. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of CERME13* (pp. 3345–3352).
- [3] Erduran, S., & Dagher, Z. R. (2014). *Reconceptualizing the nature of science for science education*. Springer Netherlands.
- [4] Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199–218.
- [5] Habermas, J. (2003). *Truth and justification*. MIT Press.
- [6] Jaworski, B. (2008). Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development. In K. Krainer, & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education*. Vol. 3. SensePublishers.

[7] Klein, J. T. (2010). A taxonomy of interdisciplinarity. In R. Frodeman, J. T. Klein, & C. Mitcham (Eds.), *The Oxford Handbook of Interdisciplinarity* (pp. 15–30). Oxford University Press.

[8] Scriven, M., & Paul, R. (1987). Defining Critical Thinking. *Proceedings of the 8th Annual International Conference on Critical Thinking and Education Reform*.

[9] Williams, J., & Roth, W.-M. (2019). Theoretical Perspectives on Interdisciplinary Mathematics Education. In B. Doig, J. Williams, D. Swanson, R. Borromeo Ferri, & P. Drake (Eds.), *Interdisciplinary Mathematics Education* (pp. 13–34). Springer International Publishing.

Raffaele Casi, Sabena Cristina

University of Turin

English

INFORMAL MATHEMATICS EDUCATION IN MUSEUMS: THE INFORMALMATH CASE AS EMERGING OPPORTUNITY FOR TEACHERS' IN-SERVICE TRAINING

In this communication we present the research on the InformalMath teacher training programme. This programme is aimed at familiarizing primary and middle school teachers with Informal Mathematics Education (IME, Nemirovsky et al., 2017) and to engage them as key agents within this field, particularly with respect to the IME workshops (IMEW, Casi, 2024) designed for Art and History museums. At the same time, InformalMath it is a research study investigating the evolution of teacher education throughout the course of the programme. It ambitiously aims to on the one hand provide the groundwork for constructs to understand on how to do IMEW in non-scientific museums, and on the other hand outline design principles for the training of IME educators.

After presenting the theoretical background on which the programme is based and describing its three phases, we will go on to present the results of the research conducted together with the teachers who participated in the programme, giving voice to their experiences and the reflections that resulted.

Français

L'ENSEIGNEMENT INFORMEL DES MATHÉMATIQUES DANS LES MUSÉES : INFORMALMATH, UNE OPPORTUNITÉ INÉDITE POUR LA FORMATION PROFESSIONNELLE DES ENSEIGNANTS

Dans cette communication, nous présentons la recherche sur le programme de formation des enseignants InformalMath. Ce programme vise à familiariser les enseignants du primaire et du collège avec l'enseignement informel des mathématiques (EIM, Nemirovsky et al., 2017) et à les engager en tant qu'agents clés dans ce domaine, en particulier en ce qui concerne les ateliers d'EIM (IMEW, Casi, 2024) conçus pour les musées d'art et d'histoire. En même temps, InformalMath it est une étude de recherche sur l'évolution de la formation des enseignants tout au long du programme. L'objectif ambitieux est, d'une part, de jeter les bases d'une réflexion sur la manière de mettre en œuvre l'EIM dans les musées non scientifiques et, d'autre part, de définir des principes de conception pour la formation des éducateurs de l'EIM.

Après avoir présenté le contexte théorique sur lequel repose le programme et décrit ses trois phases, nous présenterons les résultats de la recherche menée avec les enseignants qui ont participé au programme, en donnant la parole à leurs expériences et aux réflexions qui en ont découlé.

REFERENCES

[1] Casi, R. (2024). Exploring the Design of Informal Mathematics Workshops in Art Museums from the Teachers' Perspective. ResearchGate. (preprint) [10.13140/RG.2.2.33442.20161](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.33442.20161)

[2] Nemirovsky, R., Kelton, M.L., & Civil, M. (2017). Toward a vibrant and socially significant informal mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 90 – 101). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Michaela Kaslová

University of Prague

English

INTERDISCIPLINARITY IN MATHEMATICAL PROBLEMS OUT OF TEXTBOOK

Word problems represent different real-life contexts in a relatively isolated and simplified way. Repeated analyses of word problems in Czech mathematics textbooks over the last 20 years have revealed, among other things, three basic types of problems: a) the word problems correspond to the current reality and draw attention to possible simplifications or encourage discussion; b) the problems are not current, they are historically not too far from today (they are not targeted problems drawing from the history of mankind); c) the problems greatly simplify the contemporary reality so that their solution is far from reality or even misleading. A special group d) consists of tasks that do not correspond to reality (fake news), but require a solution without any discussion, doubt. These are more likely to be found in some collections of problems, on the Internet, and occasionally in mathematical competitions. These are often interesting problems purely from the point of view of the mathematical nature of the problem, but they significantly distort the reality either by the assignment itself (they provide false information about nature, for example) or the output of the solution is contrary to reality as we know it today. Investigations in schools have shown how tasks of types b-d) demotivate certain types of pupils (Kaslova, 2015-17). In view of this, I further distinguish mathematical word problems, where the question is: A) the use of the real context of any discipline, but the dominance is in mathematics; B) the equal role of two disciplines, by mathematical solution we arrive at knowledge in the other discipline (e.g. mathematics and biology;), or vice versa: by analyzing a situation in another discipline we arrive at mathematical knowledge (architecture and mathematics). For hundreds of above-average pupils (2019-2023), this is significantly positively valued for tasks of type B). The paper is linked to the Ministry of Education's project "Overlaps of Mathematics", I have addressed and subsequently presented to teachers in all regions of the country on the issue of overlaps of disciplines (mathematics and language, literature, history, biology, geography, art, music, sports (Kaslová, 2019). Textbook analyses have also revealed that the contexts of word problems in Czech mathematics textbooks do not predominantly correspond to what students are interested in. In order to make the solution of such tasks interdisciplinary, it is necessary to build on the understanding of both processed disciplines in the context of the task and to offer more tasks to this link, as also emerged from a questionnaire survey repeatedly given to pupils (2019-23). As the team leader of the Pangea mathematics challenge authors in the Czech Republic, I have been focusing on interdisciplinarity since 2015. The challenges are different in that they focus on only two areas each year (e.g. Medicine and Architecture). We have collected a range of data over 9 years, from both the pupils of the researchers and their teachers, which we use as feedback for analysis. At the core of the paper are the principles and pitfalls of creating interdisciplinary mathematical word problems.

Français

INTERDISCIPLINARITE DANS LES PROBLEMES MATHEMATIQUES HORS MANUELS

Les problèmes de mots représentent différents contextes de la vie réelle de manière relativement isolée et simplifiée. Les analyses répétées des problèmes de mots dans les manuels de mathématiques tchèques au cours des 20 dernières années ont révélé, entre autres, trois types de problèmes fondamentaux: a) les problèmes correspondent à la réalité actuelle et attirent l'attention sur les simplifications possibles ou encouragent la discussion ; b) les problèmes ne sont pas actuels, ils ne sont pas trop éloignés historiquement d'aujourd'hui (il ne s'agit pas de problèmes ciblés tirés de l'histoire de l'humanité); c) les problèmes simplifient grandement la réalité contemporaine, de sorte que leur solution est éloignée de la réalité, voire trompeuse. Un groupe spécial d) est constitué de tâches qui ne correspondent pas à la réalité (fake news), mais qui requièrent une solution sans discussion. Ces problèmes sont plus susceptibles d'être trouvés dans certains recueils de problèmes, sur l'internet, et occasionnellement dans des concours mathématiques. Il s'agit souvent de problèmes intéressants du seul point de vue de la nature mathématique du problème, mais ils déforment considérablement la réalité, soit par la tâche elle-même (ils fournissent de fausses informations sur la nature, par exemple), soit parce que le résultat de la solution est contraire à la réalité telle que nous la connaissons aujourd'hui. Des enquêtes menées dans des écoles ont montré que les tâches de type b-d) démotivent certains types d'élèves (Kaslova, 2015, 2017).

Dans cette optique, je distingue en outre les problèmes mathématiques de mots, où la question est: A) l'utilisation du contexte réel de n'importe quelle discipline, mais la dominance est en mathématiques ; B) le rôle égal de deux disciplines, par la solution mathématique nous arrivons à la connaissance dans l'autre discipline (maths, biologie), ou vice versa : en analysant une situation dans une autre discipline nous arrivons à la connaissance mathématique (architecture, maths) : Pour des centaines d'élèves au-dessus de la moyenne (2019-2023), il s'agit d'une valeur positive significative pour les problèmes de type B). L'article est lié au projet du ministère de l'éducation «Chevauchements des mathématiques», que j'ai abordé et ensuite présenté aux enseignants de toutes les régions du pays (maths : langue, littérature, histoire, biologie, géographie, art, etc. (Kaslová, 2019). Des analyses de manuels ont également révélé que les contextes des problèmes de mots dans les manuels de mathématiques tchèques ne correspondent pas principalement à ce qui intéresse les élèves. Afin de rendre la résolution de ces tâches interdisciplinaire, il est nécessaire de s'appuyer sur la compréhension des deux disciplines traitées dans le contexte du problème et d'offrir davantage de problèmes à ce lien, comme cela est ressorti d'une enquête par questionnaire menée à plusieurs reprises auprès des élèves (2019-2023). En tant que chef d'équipe des auteurs du défi mathématique Pangea en République tchèque, je me concentre sur l'interdisciplinarité depuis 2015. Les défis sont différents en ce sens qu'ils se concentrent sur 2 domaines chaque année (médecine, architecture). Nous avons recueilli une série de données sur 9 ans, à la fois auprès des élèves des chercheurs et de leurs enseignants, que nous utilisons comme retour d'information pour l'analyse. Les principes et les pièges de la création de problèmes mathématiques interdisciplinaires sont au cœur de l'article.

Livia Silvestri¹, Sara Bagossi¹, Ornella Robutti¹, Gabriella Pocalana², Walter Mondino¹

¹University of Turin, ²University of Pavia

English

INSIGHTS ON THE DESIGN AND IMPLEMENTATION OF STEAM ACTIVITIES WITHIN THE STEAM-CONNECT PROJECT

What is the role of mathematics in STEAM activities? How to work collaboratively in a team of teachers of different subjects? Finally, what are the advantages and challenges of using an interdisciplinary approach to carry out these activities? These are some of the research questions guiding our investigations from the STEAM-Connect project. The “Co-creating Transdisciplinary STEM-to-STEAM Pedagogical Innovations through Connecting International Learning Communities” is a European project that aims to connect teachers, parents, artists, pedagogues and researchers from different disciplines to develop innovative interdisciplinary and transdisciplinary workshops and pedagogies together to enhance collaborative STEAM teaching and learning for secondary school students of all abilities and backgrounds (<https://steamconnect.education/>). The STEAM-Connect project focuses on innovative methods for STEAM education and, as a consequence, on the acquisition of new competencies. Five universities (University of Luxemburg, University of Torino, Experience Workshop in Jyväskylä, Comenius University in Bratislava, Johannes Kepler University in Linz) are involved in this project, and each of them involves a team of secondary school teachers of various disciplines. In order to answer our research questions, we interviewed six teachers from four different Universities. The keyword of this project is "connect", and the connections are built and carried out at multiple levels: the connection between the different subjects involved in a STEAM activity and the connection between teachers to design and implement it. Throughout the online interviews, we focused in particular on the role of mathematics in relation to the other STEAM disciplines involved and the role of the mathematics teacher within the teachers' working group. A preliminary analysis of these interviews allows us to share some insights on teachers' beliefs concerning the essence of STEAM activities, how their beliefs on the idea of interdisciplinarity have evolved during the project (elaborating on previous findings by Pocalana et al., 2023), and the sustainability of the planning and implementation of STEAM activities within different institutional contexts. As regards future prospects, we hope for a transition from the interdisciplinary to the transdisciplinary approach (Diego-Montecon et al., 2021), that is, we aim for an approach in which the boundary between disciplines is no longer visible and it becomes even more difficult to understand the role of specific skills.

Acknowledgment:

The research is partially funded by the STEAM-Connect Erasmus+ project (2021-1-LU01-KA220-SCH-000034433).

Français

APERÇUS SUR LA CONCEPTION ET LA MISE EN ŒUVRE DES ACTIVITÉS STEAM AU SEIN DU PROJET STEAM-CONNECT

Quel est le rôle des mathématiques dans les activités STEAM ? Comment travailler de manière collaborative dans une équipe d'enseignants de différentes matières ? Enfin, quels sont les avantages et les défis de l'utilisation d'une approche interdisciplinaire pour mener à bien ces activités ? Ce sont quelques-unes des questions de recherche qui guident nos investigations dans le cadre du projet STEAM-Connect. Le projet européen " Co-creating Transdisciplinary STEM-to-STEAM Pedagogical Innovations through Connecting International Learning Communities " vise à connecter des enseignants, des parents, des artistes, des pédagogistes et des chercheurs de différentes disciplines pour développer ensemble des ateliers et des pédagogies interdisciplinaires et transdisciplinaires innovantes, afin d'améliorer l'enseignement et l'apprentissage collaboratifs en STEAM pour les élèves du secondaire de toutes capacités et origines (<https://steamconnect.education/>). Le projet STEAM-Connect se concentre sur des méthodes innovantes pour l'éducation STEAM et, par conséquent, sur l'acquisition de nouvelles compétences. Cinq universités (Université de Luxembourg, Université de Turin, Experience Workshop à Jyväskylä, Université Comenius à Bratislava, Université Johannes Kepler à Linz) sont impliquées dans ce projet, et chacune d'elles emploie un'équipe d'enseignants du secondaire de diverses disciplines. Pour répondre à nos questions de recherche, nous avons interviewé six enseignants de quatre universités différentes. Le mot-clé de ce projet est " connecter ", et les connexions sont établies et réalisées à plusieurs niveaux : la connexion entre les différentes matières impliquées dans une activité STEAM et la connexion entre les enseignants pour concevoir et mettre en œuvre cette activité. Tout au long des entretiens en ligne, nous nous sommes particulièrement concentrés sur le rôle des mathématiques en relation avec les autres disciplines STEAM impliquées et le rôle de l'enseignant en mathématiques au sein du groupe de travail des enseignants. Une analyse préliminaire de ces entretiens nous permet de partager quelques réflexions sur les croyances des enseignants concernant l'essence des activités STEAM, comment leurs croyances sur l'idée d'interdisciplinarité ont évolué au cours du projet (en s'appuyant sur les découvertes antérieures de Pocalana et al., 2023) et la durabilité de la planification et de la mise en œuvre des activités STEAM dans différents contextes institutionnels. En ce qui concerne les perspectives futures, nous espérons une transition de l'approche interdisciplinaire vers l'approche transdisciplinaire (Diego-Montecon et al., 2021), c'est-à-dire que nous visons une approche dans laquelle la frontière entre les disciplines n'est plus visible et il devient encore plus difficile de comprendre le rôle de compétences spécifiques.

Reconnaissance:

La recherche est partiellement financée par le STEAM-Connect Erasmus+ project (2021-1-LU01-KA220-SCH-000034433).

REFERENCES

- [1] Diego-Mantecon, JM., Prodromou, T., Lavicza, Z. et al. An attempt to evaluate STEAM project-based instruction from a school mathematics perspective. *ZDM Mathematics Education* 53, 1137–1148 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01303->
- [2] Pocalana, G., Robutti, O., & Bini, G. (2023). A meta-disciplinary reflection on a steam school activity: the role of mathematics. In M. Ayalon, B. Koichu, R. Leikin, L. Rubel & M. Tabach (Eds.), *Proceedings of the 46th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 51-58). *PME 46*. (Vol. 4, pp. 51-58). *PME46*.

Theme: Emerging technologically extended learning environments - Les environnements d'apprentissage émergents appuyés par la technologie

Sara Bagossi, Ornella Robutti, Cristina Sabena

University of Turin

English

ON THE CREATION OF TECHNOLOGICAL PROTOTYPES FOR THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS: THEORETICAL AND METHODOLOGICAL INSIGHTS FROM THE TRANSEET PROJECT

The design and use of technological prototypes created for the teaching and learning of mathematics, by itself or in STEAM approaches, is contextualised in the spread-out use of the so-called emerging technologies, which include augmented and virtual reality. The educational aim of this design is to have tools that support an innovative teaching and learning approach that meets the challenges of an increasingly complex modernity. The TransEET project - Transforming Education with Emerging Technologies (<https://transeet.eu/>) - has as research aim the reflection on the creation of prototypes in communities of experts in different fields, because the competencies necessary to elaborate such technological and educational prototypes are so varied that only the collaboration among people with different backgrounds can give successful results. Communities of people with different backgrounds and skills working together to reach a common objective are called in the literature *communities of interest* (Cols; Fischer, 2001). The members of a Col belong to different communities of practice (we can identify them as designers, programmers, teachers, and researchers) and thus possess different sets of practices and shared languages that intersect in a common field, which determines the shared interest of the Col. These members, working together over time, become actors with hybrid expertise, because they interact with each other, exchanging activities and focusing more and more on their common interest. Literature on the creation of prototypes already exists, especially outside Mathematics Education. The term prototype refers to the digital artefact itself, as product of the work of the Col, but also the process of its development, known as *prototyping*, can be investigated. Such a process consists of three main stages: user needs analysis, prototype design and development, and prototype feedback and evaluation (Syafril et al., 2021). This process takes place in a kind of continuous flow involving the members of a Col: the prototype that is developed, even rapidly (Bellini et al., 2023), is subject to a constant process of review and redesign with the goal of having continuous feedback before arriving at a final version of the prototype (*Flow of Rapid Prototype - FRP*). The TransEET project is based on the work of five Cols engaged in FRPs for the creation of educational prototypes, making use of different kinds of technologies. One year and a half after the beginning of the project, some preliminary insights on the FRP, both from a theoretical and a methodological point of view, have emerged. During this presentation, we will share them and refer to the Function Virtuality prototype to characterize an example of FRP.

Acknowledgement

This study is funded by the HORIZON-WIDERA project of the European Research Executive Agency (REA) named 'TransEET' (Transforming Education with Emerging Technologies - Project No. 101078875). The EU's support for the production of this contribution does not constitute an endorsement of the content, which reflects the views only of the authors.

Français

LA CREATION DE PROTOTYPES TECHNOLOGIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES : APERÇUS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES DU PROJET TRANSEET

La conception et l'utilisation de prototypes technologiques créés pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, en soi ou dans le cadre d'approches STEAM, sont contextualisées dans l'utilisation généralisée des technologies dites émergentes, qui incluent la réalité augmentée et la réalité virtuelle. L'objectif pédagogique de cette conception est de disposer d'outils qui soutiennent une approche innovante de

l'enseignement et de l'apprentissage, répondante aux défis d'une modernité de plus en plus complexe. Le projet TransEET - Transforming Education with Emerging Technologies [Transformer l'Éducation avec les Technologies Émergentes] (<https://transeet.eu/>) - a l'objectif de réfléchir à la création de prototypes au sein de communautés d'experts dans différents domaines, car les compétences nécessaires à l'élaboration de tels prototypes technologiques et éducatifs sont si variées que seule la collaboration entre des personnes d'horizons différents peut donner des résultats fructueux. Les communautés de personnes ayant des antécédents et des compétences différents et travaillant ensemble pour atteindre un objectif commun sont appelées dans la littérature *communautés d'intérêt* (Cols; Fischer, 2001). Les membres d'une Col appartiennent à différentes communautés de pratique (nous pouvons les identifier comme des concepteurs, des programmeurs, des enseignants et des chercheurs) et possèdent donc différents ensembles de pratiques et de langages partagés qui se croisent dans un domaine commun, ce qui détermine l'intérêt partagé de la Col. Ces membres, qui travaillent ensemble au fil du temps, deviennent des acteurs dotés d'une expertise hybride, puisqu'ils interagissent les uns avec les autres, ils échangent des activités et ils se concentrent de plus en plus sur leurs activités communes. Il existe déjà une littérature sur la création de prototypes, en particulier en dehors du domaine de l'enseignement des mathématiques. Le terme de prototype fait référence à l'artefact numérique lui-même, en tant que produit du travail de la Col, mais le processus de son développement, connu sous le nom de *prototypage*, peut également être étudié. Ce processus comprend trois étapes principales : l'analyse des besoins des utilisateurs, la conception et le développement du prototype, ainsi que le retour d'information et l'évaluation du prototype (Syafri et al., 2021). Ce processus se déroule dans une sorte de flux continu impliquant les membres d'une Col : le prototype qui est développé, même rapidement (Bellini et al., 2023), est soumis à un processus constant de révision et de reconception dans le but d'avoir un retour d'information continu avant d'arriver à une version finale du prototype (*Flow of Rapid Prototype - FRP*). Le projet TransEET est basé sur le travail de cinq Cols engagés dans des FRP pour la création de prototypes éducatifs, en utilisant différents types de technologies. Un an et demi après le début du projet, quelques idées préliminaires sur le FRP, tant d'un point de vue théorique que méthodologique, ont émergé. Au cours de cette présentation, nous les partagerons en faisant référence au prototype Function Virtuality pour caractériser un exemple de FRP.

Remerciements

Cette étude est financée par le projet HORIZON-WIDERA de l'Agence exécutive pour la recherche européenne (REA) intitulé "TransEET" (Transforming Education with Emerging Technologies - Project No. 101078875). Le soutien de l'UE pour la production de cette contribution.

REFERENCES

- [1] Bellini, P., Bologna, D., Fanfani, M., Palesi, L. I., Nesi, P., & Pantaleo, G. (2023). Rapid Prototyping & Development Life Cycle for Smart Applications of Internet of Entities. In 2023 27th International Conference on Engineering of Complex Computer Systems (ICECCS) (pp. 142-151). IEEE.
- [2] Fischer, G. (2001). Communities of interest: Learning through the interaction of multiple knowledge systems. In Proceedings of the 24th IRIS Conference (Vol. 1, pp. 1-13). Department of Information Science, Bergen.
- [3] Syafri, S. D., Asril, Z., Engkizar, E., Zafirah, A., Agusti, F. A., & Sugiharta, I. (2021). Designing prototype model of virtual geometry in mathematics learning using augmented reality. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1796, No. 1, p. 012035). IOP Publishing.

Andreas Moutsios-Rentzos¹, Sonia Kafoussi², Charoula Stathopoulou³

¹National and Kapodistrian University of Athens, ²University of the Aegean, ³University of Thessaly

English

CHALLENGING THE FRONTIERS OF A MATHEMATICS CLASSROOM: HYBRID LEARNING ENVIRONMENTS, FAMILIES, AND MARGINALIZED COMMUNITIES

In this presentation, we discuss aspects of the affordances of a technologically extended mathematics classroom within a technologically extended school unit, with the purpose to identify ruptures and discontinuities with respect to the teaching and learning of mathematics. In our discussion, we consider three aspects of the extended mathematics classroom: the spatiotemporal dimensions, the role of the family, and the marginalized communities. The theoretical discussion is specified through reporting of aspects of ongoing empirical research, addressing the challenges that the mathematics teachers may face in the hybrid spacetime of the technologically extended mathematics classroom, as opposed to, for example, teaching language (Moutsios-Rentzos, in press-a, in press-b). Moreover, the mathematics teachers' relationship with students' families will be discussed with a particular focus on homework and on the ways that a professional development programme may help the teachers address this complexity (Chaviaris et al, in press; Kafoussi et al., submitted). Furthermore, the technologically extended mathematics classroom crucially affects the relationships with marginalised communities (e.g., young prisoners; Chrysikou et al, 2023; Stathopoulou, et al., in press). We argue that the emerging mathematics classroom is essentially a novel learning environment (rather than a model or a replica of a traditional learning environment), which may hinder or facilitate different aspects of the teaching and learning mathematics of different learners, as revealed through the discussion of the aforementioned specific aspects. We conclude our presentation with proposals for potential pathways for future research.

REFERENCES

- [1] Chaviaris, P., Kafoussi, S., & Moutsios-Rentzos, A. (in press-a). Parent-child collaboration in mathematics homework: parents' reflections. *Proceedings of CIEAEM 74*.
- [2] Chrysikou, V., Kitsiou, R., Karazanou, M., Appelbaum, P., & Stathopoulou, C. (2023). Alternative curricular experiences for young prisoners: Developing (hidden) mathematical ideas inside prison. *Prometeica-Revista de Filosofía y Ciencias*, 27, 741-751.
- [3] Kafoussi, S., Moutsios-Rentzos, A., & Chaviaris, P. (submitted). Designing mathematics homework for parent-child-teacher collaboration: A training program for primary school teachers in Greece.
- [4] Moutsios-Rentzos, A. (in press-a). Teaching across the space of the hybrid mathematics classroom: an investigation with Greek primary school teachers. *Proceedings of CIEAEM 74*.
- [5] Moutsios-Rentzos, A. (in press-b). Primary school teachers' views and practices across the hybrid classroom in Greece: an investigation about teaching language and mathematics. *Proceedings of EUTIC 18*.
- [6] Stathopoulou, C., Appelbaum, P., Fovos, I., Chrysikou V. (in press). Common spaces matter: curricular experiences through mathematics with young prisoners and prospective teachers. *ZDM-Mathematics education*.

Angela Ochugboju, Javier Díez-Palomar

University of Barcelona

English

EMERGING TECHNOLOGICALLY EXTENDED LEARNING ENVIRONMENTS (ETELES)

This paper aims to discuss the implications of using digital versus physical manipulatives to teach mathematics, drawing on the results of a systematic literature review. The digitisation of education, which happened quite quickly, has pushed the boundaries of teaching and learning, with the Technologically Extended Learning Environment (TELE) topping the list. These environments are replete with the latest technologies, including Virtual Reality (VR), Augmented Reality (AR), Artificial Intelligence (AI), the Internet of Things (IoT), and data-driven platforms. The combination of VR and AR with ETELEs extends education into a more immersive and inquisitive space, enabling students to have live experiences and encounters beyond ordinary classroom borders. The latter case is in the spotlight of mathematics education, where on-screen and three-dimensional experiences of interacting with physical manipulatives differ greatly. Physical manipulatives are items that offer hands-on experience. Students can easily visualise them in their minds. They provide a feeling of reality and

allow the learners to engage directly with interactive experiences, which might work very well for some of them. On the other hand, virtual manipulatives are digital tools that mimic the properties of real-life manipulatives. They not only provide well-structured, well-stimulating, and well-interactive deals but also timely feedback that can be tailored to individual learning needs or styles. Research has shown that teachers use both physical and virtual manipulatives to teach their lessons. The tangibility of physical manipulatives, considered concrete experiences, positively correlated with learning (Fowler et al., 2022). Though virtual manipulations have disadvantages, which are the inability to visualise a complex mathematical model and difficulty in encouraging exploration and problem-solving environment, they also have some advantages, such as the ability to visualise computational models and the interactive environment that thereby allows a student to explore and enjoy the learning process. Personalised Learning with AI in ETELEs adapts education to pupils' needs, monitoring learning paths and performance rate analysis for tailored content. This makes a difference as an approach that simultaneously enables the student to grasp mathematical concepts and Mathematical thinking is being developed. Integration with IoT brings the natural and cyber worlds closer together, encourages direct engagement, and puts harmony at the forefront of educational processes. It allows the teaching of mathematics to be complete and comprehensive yet still interactive. As a result, students can align and validate their learning with mathematical concepts or theories as they advance through their courses. Accessibility through Cloud Computing (CC) ensures constant access to educational apps and other resources. It provides a culture of lifelong learning in which the knowledge is uploaded and downloaded collectively, irrespective of geographical barriers, and collaborative learning occurs readily. In the future, ETELEs can make educational reform resources with a particular focus on the discipline of mathematics, which is at the root of critical thinking and innovation. Incorporating virtual and real-world manipulatives in such simulations indicates how educational technology is changing and is a manifestation of its capacity to not only enhance outcomes in learning but also provide students with the requisite skills in the 21st-century jobs market. Nevertheless, barriers, including the deficit of access, the digital divide, and equity, should be tackled to guarantee that every learner can obtain the advantages of advanced technology (McDiarmid & Zhao, 2023). Mathematics teachers must be proficient in utilising technology to enrich their students' comprehension of mathematical concepts, extending beyond the mere utilisation of such tools as standalone entities. A critical task will involve mitigating the risk of technology supplanting students' cognitive processes and logical reasoning, potentially hindering their grasp of mathematical concepts. The rise of ETELEs is a huge point of change in the training world. They have become proactive by incorporating the latest technology and interactive platforms, which allow them to offer self-paced math classes where reason & critical thinking are essential.

Acknowledgement

Work developed within the framework of the project: PID2021-127104NB-I00 (MICINN, FEDER, EU).

REFERENCES

- [1] Fowler, S., Cutting, C., Kennedy, J., Leonard, S. N., Gabriel, F., & Jaeschke, W. (2022). Technology enhanced learning environments and the potential for enhancing spatial reasoning: A mixed methods study. *Mathematics Education Research Journal*, 34(4), 887-910.
- [2] McDiarmid, G. W., & Zhao, Y. (2023). Time to rethink: educating for a technology-transformed world. *ECNU Review of Education*, 6(2), 189-214.

Workshop - Ateliers

Mosè Colangelo, Andrea Ghersi, Carlotta Soldano

University of Turin

English

FUNCTION VIRTUALITY: A PROTOTYPE OF A LEARNING ENVIRONMENT ON TWO VARIABLE FUNCTIONS

Function Virtuality is a mixed reality prototype that is a learning environment working both in virtual and augmented reality. Function Virtuality is developed within the international project TransEET (Transforming Education with Emerging Technologies), it has been designed to let users explore and understand two-variable mathematical functions through visual representations of surfaces (Pocalana et al., 2023). It allows users to interact directly with the virtual environment using their hands, bypassing the need for controllers. The prototype provides a feature for visualizing mathematical functions, where users can input their own formulas or select from pre-existing examples. Function Virtuality supports visualization of function equations both in parametric and explicit form, enabling a range of mathematical expressions to be displayed. Users can also adjust parameters and domain's ranges of the functions, namely a , b , u and v respectively, in real-time using sliders and interactive dots, which allows them to see the immediate effects of these changes on the plotted surfaces. Additionally, the prototype includes interactive print docks, where users can "print" and then manipulate surfaces in the virtual space by scaling, rotating, and repositioning them. Before printing, users can also change the surfaces' colors using the gesture of the palm of their right hand, within a color preset selection. A music mode feature is integrated into the application: in this case the visualization of functions changes in response to music frequencies, offering a particular intersection between mathematics and art. Artificial intelligence (AI) is incorporated into the application. Users can request the creation of specific surfaces within the virtual space using natural language voice commands. The AI interprets these requests and generates the desired surfaces in real-time, simplifying the process of exploring complex mathematical functions and making the interface more accessible to users who may not be familiar with traditional mathematical input methods. In the proposed workshop, participants will engage in small-group collaborative tasks related to the creation of surfaces using the prototype. Each group will use voice commands to generate various mathematical surfaces, adjusting parameters in real-time to achieve the desired shapes and forms. After this phase, each group will present their creations to the other participants, explaining the mathematical concepts behind their designs and the reasoning behind their parameter choices. This workshop will demonstrate the prototype's affordances and encourage teamwork, creativity, and a deeper understanding of mathematical functions, their graphical representations, and their didactical application in virtue of the designed learning environment.

Acknowledgement

This study is funded by the HORIZON-WIDERA project of the European Research Executive Agency (REA) named 'TransEET' (Transforming Education with Emerging Technologies - Project No. 101078875). The EU's support for the production of this contribution does not constitute an endorsement of the content, which reflects the views only of the authors.

Français

VIRTUALITÉ DES FONCTIONS : UN PROTOTYPE D'ENVIRONNEMENT D'APPRENTISSAGE SUR FONCTIONS A DEUX VARIABLES

Function Virtuality est un prototype de réalité mixte qui constitue un environnement d'apprentissage fonctionnant à la fois en réalité virtuelle et augmentée. Développé dans le cadre du projet international TransEET (Transforming Education with Emerging Technologies), Function Virtuality a été conçu pour permettre aux utilisateurs d'explorer et de comprendre les fonctions mathématiques à deux variables à travers des représentations visuelles de surfaces (Pocalana et al., 2023). Il permet aux utilisateurs d'interagir directement avec l'environnement virtuel en utilisant leurs mains, éliminant ainsi le besoin de contrôleurs. Le prototype offre une fonctionnalité pour visualiser les fonctions mathématiques, où les utilisateurs peuvent entrer leurs propres formules ou choisir parmi des exemples préexistants. Function Virtuality prend en charge la visualisation des

équations de fonction à la fois sous forme paramétrique et explicite, permettant d'afficher une gamme d'expressions mathématiques. Les utilisateurs peuvent également ajuster les paramètres et les plages de domaines des fonctions, à savoir a , b , u et v respectivement, en temps réel à l'aide de curseurs et de points interactifs, ce qui leur permet de voir les effets immédiats de ces changements sur les surfaces tracées. De plus, le prototype inclut des quais d'impression interactifs, où les utilisateurs peuvent "imprimer" puis manipuler les surfaces dans l'espace virtuel en les mettant à l'échelle, les faisant pivoter et les repositionnant. Avant l'impression, les utilisateurs peuvent également changer les couleurs des surfaces à l'aide du geste de la paume de leur main droite, dans une sélection de prééglages de couleurs. Une fonctionnalité de mode musical est intégrée à l'application : dans ce cas, la visualisation des fonctions change en réponse aux fréquences musicales, offrant une intersection particulière entre les mathématiques et l'art. L'intelligence artificielle (IA) est intégrée à l'application. Les utilisateurs peuvent demander la création de surfaces spécifiques dans l'espace virtuel à l'aide de commandes vocales en langage naturel. L'IA interprète ces demandes et génère les surfaces souhaitées en temps réel, simplifiant le processus d'exploration des fonctions mathématiques complexes et rendant l'interface plus accessible aux utilisateurs qui pourraient ne pas être familiers avec les méthodes d'entrée mathématiques traditionnelles. Lors de l'atelier proposé, les participants s'engagent dans des tâches collaboratives en petits groupes liées à la création de surfaces à l'aide du prototype. Chaque groupe utilisera des commandes vocales pour générer diverses surfaces mathématiques, ajustant les paramètres en temps réel pour obtenir les formes et les figures souhaitées. Après cette phase, chaque groupe présentera ses créations aux autres participants, expliquant les concepts mathématiques derrière leurs designs et le raisonnement derrière leurs choix de paramètres. Cet atelier démontre les possibilités offertes par le prototype et encourage le travail d'équipe, la créativité et une compréhension plus approfondie des fonctions mathématiques, de leurs représentations graphiques et de leur application didactique en vertu de l'environnement d'apprentissage conçu.

Remerciements

Cette étude est financée par le projet HORIZON-WIDERA de l'Agence Exécutive Européenne pour la Recherche (REA) nommé 'TransEET' (Transforming Education with Emerging Technologies - Numéro de projet 101078875). Le soutien de l'UE à la production de cette contribution ne constitue pas une approbation du contenu, qui reflète uniquement les vues des auteurs.

References

[1] Pocalana, G., Bagossi, S., Colangelo, M., Robutti, O., Soldano, O., Bautista, G., & Bouwer, A. (2023, November 4th). Developing Augmented and Virtual Reality prototypes for Mathematics Education within the TransEET project, Second International Symposium on Augmented and Virtual Reality in Mathematics Education, online.

Susan Gerofsky

Université de la Colombie Britannique

MATHEMATICAL POETRY: A TRANSDICIPLINARY LEARNING PRACTICE

English

Mathematical poetry may seem like a contradiction at first glance: isn't poetry about emotions, while mathematics is pure logic, cold and impersonal? But there are many contemporary mathematical poets whose works show that there is no contradiction at all; in fact, mathematical patterning and perceptions are essential aspects of many poems. We will reference the work of the Bridges Math and Art poetry group (for example, this anthology from the 2023 Bridges conference <https://www2.math.uconn.edu/%7Eglaz/Bridges_2023_Poetry_Anthology/index.html>, the 2023 Bridges poetry readings web page <https://www2.math.uconn.edu/~glaz/Mathematical_Poetry_at_Bridges/Bridges_2023/The-program-and-the-poets-2023.html>, and the 2021 Fib Poetry collection from the Journal of Humanistic Mathematics <<https://scholarship.claremont.edu/jhm/vol12/iss1/35/>>).

This CIEAEM experiential workshop will give participants the chance to experiment with two new mathematical poetic forms (PH4 combinatoric poems and Fibonacci/ 'Fib' poems) that are easily accessible to learners and novice poets and mathematicians, and yet offer affordances for deep mathematical and poetic exploration. The PH4 poetic form comes from the combinatoric practice of bellringing, and can be realized musically and in terms of movement and textile weaving as well, so that the combinatoric patterns can be experienced, understood and extended in multisensory ways. In the workshop, I will introduce these two poetic forms, and multisensory ways of playing with these patterns. Participants will be welcomed to create poetry in both official languages of the CIEAEM conference, English and French, or in other languages of their choice. I will bring all the materials needed, and we will just need a classroom space and a projector.

I argue that such mathematical poetic forms (and others, including Lisa Lajeunesse's Graeco-Latin Square poems, the combinatoric and discrete mathematical forms of the OULIPO mathematical poets, and many others) can be experienced as transdisciplinary, because of the ways that mathematics and poetic expression are intricately, inextricably braided together, and through the explorations that augment our understandings of both their mathematical and literary groundings. Ideas of variance and invariance allow for modifications/ variations on these mathematical forms, and literary devices around alliteration, metre and all kinds of wordplay give us the scope to write deep and beautiful poetry that is an exploration of mathematical ideas as well.

The PH4 poetic form and some examples of PH4 poetry can be accessed through my Bridges paper on this topic (accessible at <<https://archive.bridgesmathart.org/2020/bridges2020-273.pdf>>), and a sculptural version of a PH4 poem is in the online gallery at <<https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2021-bridges-conference/susan-gerofsky>>.

Français

LA POÉSIE MATHÉMATIQUE: UNE PRATIQUE D'APPRENTISSAGE TRANSDISCIPLINAIRE

La poésie mathématique peut sembler contradictoire à première vue : la poésie n'est-elle pas un jeu des émotions, alors que les mathématiques sont une pure logique, froide et impersonnelle ? Mais il existe de nombreux poètes mathématiques contemporains dont les œuvres montrent qu'il n'y a aucune contradiction; en fait, les schémas mathématiques et les perceptions sont des aspects essentiels de nombreux poèmes. Nous ferons référence aux travaux du groupe de poésie Bridges Math and Art (par exemple, cette anthologie de la conférence Bridges 2023 <https://www2.math.uconn.edu/%7Eglaz/Bridges_2023_Poetry_Anthology/index.html>, la page Web des lectures de poésie Bridges 2023 <https://www2.math.uconn.edu/~glaz/Mathematical_Poetry_at_Bridges/Bridges_2023/The-program-and-the-poets-2023.html>, et la collection Fib Poetry 2021 du Journal de mathématiques humanistes <<https://scholarship.clarremont.edu/jhm/vol12/iss1/35/>>). Cet atelier expérimental du CIEAEM donnera aux participants l'opportunité d'expérimenter deux nouvelles formes poétiques mathématiques (poèmes combinatoires PH4 et poèmes de Fibonacci/'Fib') qui sont facilement accessibles aux apprenants et aux poètes et mathématiciens débutants, et pourtant offrir des possibilités pour une exploration mathématique et poétique approfondie. La forme poétique PH4 est issue de la pratique combinatoire de la sonnerie des cloches et peut également être réalisée musicalement, autant qu'en termes de mouvement et de tissage textile, de sorte que les motifs combinatoires puissent être vécu, compris et étendu de manière multisensorielle. Dans l'atelier, je présenterai ces deux formes poétiques, ainsi que des manières multisensorielles de jouer avec ces motifs. Les participants seront invités à créer de la poésie dans les deux langues officielles du CIEAEM conférence, en anglais et en français, ou dans d'autres langues de leur choix. J'apporterai tout le matériel nécessaire, et nous aurons juste besoin d'un espace de classe et d'un projecteur. Je soutiens que de telles formes poétiques mathématiques (et d'autres, notamment l'œuvre gréco-latine de Lisa Lajeunesse, les poèmes carrés, les formes mathématiques combinatoires et discrètes des poètes mathématiques de l'OULIPO, et bien d'autres) peuvent être vécus comme transdisciplinaires, en raison de la manière dont les mathématiques et l'expression poétique sont étroitement, inextricablement liées ensemble, et à travers les explorations qui augmentent notre compréhension de leurs fondements mathématiques et littéraires. Les idées de variance et d'invariance permettent des modifications/ variations sur ces formes mathématiques et des dispositifs littéraires autour de l'allitération, du mètre et toutes sortes de jeux de mots nous donnent la possibilité d'écrire une poésie profonde et belle qui est

également une exploration des idées mathématiques. La forme poétique PH4 et quelques exemples de poésie PH4 sont accessibles via mon article Bridges sur ce sujet (accessible sur <<https://archive.bridgesmathart.org/2020/bridges2020-273.pdf>>), et une version sculpturale d'un poème PH4 se trouve dans la galerie en ligne à l'adresse <<https://gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2021-bridges-conference/susan-gerofsky>>.

Lambrecht Spijkerboer, Kalina Kijewska

English

SMART STARTERS, CLEVER CLOSURES

After the pandemic many students struggle with the question how to boost themselves into learning again. Also teachers are searching for ways to motivate students again. These questions are no longer solved in the way as it was regularly, before the pandemic. In mathematics lessons there is a high demand of explanation by presenting concepts to be learned, besides the need of practicing by exercises. During on-line lessons mostly the presentation of mathematical content was shortened to a minimum and there were many teachers who turned over to let the students practice many exercises to get the students ready for the test. Hardly any mathematical discussion with the class or among students were organised during on-line education. The main role of the teacher became (on-line) replying questions about exercises and problemsolving process rather than discussing to let the students think. The question of the current teachers in practice is: how to get the learning process 'on' for the students who learned that passing the test can be done by making a lot of exercises only? While mathematics is a thinking activity (or at least should be) the urgent question is: what can we offer students to invite them to think mathematically? To take control over the learning process of the students, teachers can make use of cognitive theories, that have been established over the past decades. Theories telling us how the brain works, how we can open the minds of students for new knowledge, and how to make it possible for them to restore the results of their learning process in their long-term memory. With the help of these cognitive theories, we'll focus on the question: How can we adjust our teaching to the learning process that will take place in students minds? Especially in the beginning of the lesson, there is a lot to win. In other words what are smart starters to open a lesson and how to organise the learning with clever closures of a lesson? In the experiment presented we try to find possibilities for profitable actions to organise the knowledge in students' brains and to invite them to think themselves. In two different schools (Italy and the Netherlands) several starters were designed and carried out in different classrooms. The experiences of teachers were collected by reflections and the experiences of students by interviews. In this workshop we will focus on the experiences with smart starters and clever closures in mathematics lessons. There are many examples collected and during the workshop we will share several practical ideas in different ways of working, to start and close a lesson in order to make learning profitable, enjoyable and with more motivation. Our question to the audience is to link theory to practice. We will discuss what kind of cognitive theories can be linked with this work. The aim is to find a suitable theoretical framework to analyse the data of the experiment.

Poster

Andreas Moutsios-Rentzos

National and Kapodistrian University of Athens

English

PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHERS RE-EXPERIENCE MATHEMATICS THROUGH DIGITAL STORYTELLING: A TRAINING PROGRAMME

Research literature appears to support the fact that many pre-service primary school teachers (PSTs) seem to have a negative relationship with mathematics, usually linked with negative emotional school experiences and/or with a delimited and skewed image of mathematics as, for example, being a set of rules deprived of links with their everyday lifeworld. Considering the educational and societal importance of primary school education in general and mathematics in particular, we argue that it is crucial to support the PSTs in their functionally rebuilding their affective and cognitive relationship with mathematics, in order to be successful in their teaching. Following these, we employed digital storytelling (DST) as a methodology that would help in revealing aspects of this relationship that remained untold, to inform an appropriately designed training that would help in more efficiently supporting and preparing the PSTs for their mathematics teaching. For this purpose, our project (REMEDiate; Re-Experiencing MathEmatics through DIgitAl sTorytElling) is both a *training* programme (needing a tool that would help in supporting the PSTs in their effectively dealing with mathematics as learners and educators), as well as a *research project* (requiring a methodology that would help in systematically revealing aspects of this relationship that remained untold). We posit that DST is the tool that may serve our two-faceted program, as it has been found to be especially useful in facilitating people both to communicate aspects of their experiences (silenced even to themselves) *and* to build communities drawing upon their shared experiences. By allowing the PSTs to multimodally express through DSTs their personal experiences, values, beliefs, and expectations about mathematics, we argue that it is feasible for the PSTs to experience the seemingly paradoxicality of their uniqueness of being and experiencing, their subjectivity, with the intersubjectivity of constituting a complex whole, a community. At the same time, we draw upon the mathematical content of their stories to support their constructively re-visiting specific difficulties they may have with mathematics. Overall, we argue that through this novel DST-centred teacher training approach, the PSTs are allowed to re-experience mathematics as a deeply anthropological, personal-referenced, socio-cultural activity with relevance to everyday life, qualities that seem to be crucial in the contemporary, ever-expanding and inter-connecting lifeworlds.

Acknowledgement

This project is carried out within the framework of the National Recovery and Resilience Plan Greece 2.0, funded by the European Union – NextGenerationEU (Implementation body: HFRI)

Français

PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHERS RE-EXPERIENCE MATHEMATICS THROUGH DIGITAL STORYTELLING: A TRAINING PROGRAMME

Les futurs enseignants du primaire revivent les mathématiques à travers le storytelling numérique : un programme de formation. La littérature de recherche semble confirmer le fait que de nombreux futurs enseignants du primaire semblent avoir une relation négative avec les mathématiques, souvent liée à des expériences scolaires émotionnellement négatives et/ou à une image limitée et biaisée des mathématiques, les considérant par exemple comme un ensemble de règles dépourvues de liens avec leur quotidien. Compte tenu de l'importance éducative et sociétale de l'éducation primaire en général et des mathématiques en particulier, nous soutenons qu'il est crucial d'aider les futurs enseignants à reconstruire fonctionnellement leur relation

affective et cognitive avec les mathématiques afin de réussir dans leur enseignement. Dans cette optique, nous avons utilisé le storytelling numérique (DST) comme méthodologie pour révéler des aspects de cette relation qui n'avaient pas encore été exprimés, afin d'informer une formation appropriée qui aiderait à soutenir et à préparer de manière plus efficace les futurs enseignants pour leur enseignement des mathématiques. À cette fin, notre projet (REMEDiate; Re-Experiencing MathEmatics through DigitAl sTorytElling) est à la fois un programme de formation (nécessitant un outil qui aiderait à soutenir les futurs enseignants dans leur manière de traiter efficacement les mathématiques en tant qu'apprenants et éducateurs), ainsi qu'un projet de recherche (nécessitant une méthodologie qui aiderait à révéler systématiquement des aspects de cette relation qui sont restés non exprimés). Nous soutenons que le DST est l'outil qui peut servir à notre programme à double facette, car il s'est avéré particulièrement utile pour aider les individus à communiquer des aspects de leurs expériences (parfois tus même pour eux-mêmes) et à construire des communautés en s'appuyant sur leurs expériences partagées. En permettant aux futurs enseignants d'exprimer de manière multimodale à travers les DST leurs expériences personnelles, leurs valeurs, leurs croyances et leurs attentes concernant les mathématiques, nous soutenons qu'il est possible pour les futurs enseignants de vivre la paradoxalité apparente de leur unicité d'être et d'expérimenter, leur subjectivité, avec l'intersubjectivité de constituer un tout complexe, une communauté. Dans le même temps, nous nous appuyons sur le contenu mathématique de leurs histoires pour soutenir leur réexamen constructif de difficultés spécifiques qu'ils peuvent avoir avec les mathématiques. Dans l'ensemble, nous soutenons que grâce à cette nouvelle approche de formation des enseignants centrée sur le DST, les futurs enseignants sont autorisés à re-vivre les mathématiques comme une activité profondément anthropologique, personnelle et culturelle avec une pertinence pour la vie quotidienne, des qualités qui semblent être cruciales dans les mondes de vie contemporains, en expansion constante et interconnectés.

Acknowledgement

This project is carried out within the framework of the National Recovery and Resilience Plan Greece 2.0, funded by the European Union – NextGenerationEU (Implementation body: HFRI).

Taamneh, Muntasir A., Díez-Palomar, J.; & Mallart-Solaz, A.

English

THE IMPACT OF EMPLOYING A DIALOGIC LEARNING APPROACH ON ADDRESSING TENTH GRADERS' ERRORS IN SOLVING PYTHAGOREAN THEOREM PROBLEMS

This study investigated the effect of using a dialogic learning experience on addressing tenth graders' errors in solving Pythagorean theorem problems. In recent years, there has been increasing interest in dialogue, which helps students build knowledge through questioning, peer discussions, group activities, and problem-solving as interconnected processes (Flecha, 2000; 2022). Utilising dialogic practices in learning the Pythagorean theorem can yield profound benefits, fostering collaborative discussions and enhancing students' grasp of geometric concepts. Dialogic interactions encourage active engagement and facilitate the articulation and refinement of ideas, ultimately leading to a deeper understanding of mathematical principles. Despite the lack of research dealing with the impact of instructional dialogue in mathematical lessons (Howe and Abedin, 2013), educational research shows that dialogic teaching approaches provide a teaching environment that fosters student learning and engagement (Garcia-Carrión & Díez-Palomar, 2015). The study's subject was the tenth-grade students of ALHOSN school in the emirate of Abu Dhabi, in the academic year 2022-2023. Our research questions include:

1. What are the types of errors made by tenth-grader students when working on Pythagorean theorem problems?
2. What is the effect of using a dialogic learning experience in improving tenth graders' errors in solving Pythagorean theorem problems?

Data collection was conducted through tests, interviews, and questionnaires.

To analyse the data, we draw on a compendium of errors identified by researchers in their respective studies (Table 1).

Table 1. Analysis of the previous literature on students' errors

Previous research	Type of errors	Correspondence with our classification
Hanggara et al., (2024)	Conceptual Procedural Principal	Conceptual Strategy Concept
Arivina & Jailani (2022)	Misinterpret language Misuse data	Data Data
Aldahmash & Nasrawi (2021)	Distort the theorem definition Comprehension errors Procedural errors Computational errors	Conceptual Conceptual Applying Pythagorean theorem Calculation
Sağlam & Gürbüz (2021)	Generalization errors Confusion between perimeter and area Confusion between hypotenuse and leg Lack of visual perception Errors in the application Calculation errors	Applying Pythagorean theorem Data Data Data Applying Pythagorean theorem Calculation
Hidayati(2020)	Misunderstanding the questions Lack of accuracy in basic mathematical operations Missconcepts of trigonometry	Data Calculation Conceptual
Ahmad et al. (2018)	Failure of process skills Misunderstanding of problems Errors in the use of notation Misconceptions of concepts	Calculation Applying Pythagorean theorem Data Conceptual
Fahruding & Pramudya (2019)	Data	Data
Durmuş (2019) and Alkhateeb (2019)	Conceptual Strategy Calculation Conclusion	Conceptual Applying Pythagorean theorem Calculation Applying Pythagorean theorem
Fauzi et al. (2022); Hutapea, et al. (2015), Mensah, (2017); Sari, & Wutsqa (2019); Zulyanty & Mardia (2022)	Decoding Comprehension Transformation Process skill Encoding	Data Conceptual Conceptual Calculation Applying Pythagorean theorem
Veloo, Krishnasamy, & Wan Abdullah (2015)	Conceptual Careless Problem-solving Value	Conceptual Careless Applying Pythagorean theorem calculation

Findings revealed students' errors, including applying the Pythagorean theorem, concept, calculation, and data errors. The results indicated that the dialogic learning experience had a significant positive effect on improving students' performance in solving Pythagorean theorem problems. The students demonstrated reduced errors and a notable improvement in their understanding and application of the theorem, underscoring the efficacy of the dialogic learning approach in enhancing mathematical problem-solving skills.

Acknowledgement

Work developed within the framework of the project: PID2021-127104NB-I00 (MICINN, FEDER, EU).

References

- [1] Ahmad, H., Al Yakin, A., & Sarbi, S. (2018, November). The analysis of student error in solving the problem of spherical trigonometry application. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1114, No. 1, p. 012114). IOP Publishing.
- [2] Aldahmash, F. A., & Al-Nasrawi, H. A. (2021). Analysis of errors committed by Saudi Arabian high school students in solving Pythagorean theorem problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1773, 020053. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1773/2/020053>.
- [3] Alkhateeb, H. M. (2019). Classification of students' errors in solving Pythagorean theorem problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(2), 265-284.
- [4] Arivina, A. N., & Jailani. (2022, December). An analysis of high school students' error in completing trigonometry problems based on Movshovitz-Hadar, Zaslavsky, and Inbar categories. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2575, No. 1, p. 040008). AIP Publishing.
- [5] Durmuş, S. (2019). An investigation of errors and misconceptions in the Pythagorean theorem among 8th-grade students. *Journal of Education and Training Studies*, 7(7), 91-100.
- [6] Fahrudin, D., & Pramudya, I. (2019, March). Profile of students' errors in trigonometry equations. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1188, No. 1, p. 012044). IOP Publishing.
- [7] Fauzi, N. I., Sagita, L., & Wicaksono, B. (2022). ANALYSIS OF STUDENT ERRORS IN SOLVING TRIGONOMETRY PROBLEMS BASED ON THE NEWMAN PROCEDURE. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(1), 1-14.
- [8] Flecha, R. (2000). *Sharing words: Theory and practice of dialogic learning*. Rowman & Littlefield.
- [9] Flecha, R. (2022). *The Dialogic Society. The sociology scientists and citizens like and use*. Hipatia Press.
- [10] García-Carrión, R., & Díez-Palomar, J. (2015). Learning communities: Pathways for educational success and social transformation through interactive groups in mathematics. *European Educational Research Journal*, 14(2), 151-166
- [11] Hanggara, Y., Agustyaningrum, N., & Ismayanti, I. (2024). Analysis of students' errors in solving trigonometry problems. In *AIP Conference Proceedings* 3046(1),. AIP Publishing.
- [12] Hidayati, U. (2020). Analysis of student errors in solving trigonometry problems. *Journal of Mathematics Education*, 5(1), 54-60.
- [13] Howe, C., & Abedin, M. (2013). Classroom dialogue: A systematic review across four decades of research. *Cambridge journal of education*, 43(3), 325-356.
- [14] Hutapea, M. L., Suryadi, D., & Nurlaelah, E. (2015). Analysis of students epistemological obstacles on the subject of pythagorean theorem. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 20(1), 1–10.
- [15] Mensah, F. S. (2017). Ghanaian senior high school students' error in learning of trigonometry. *International Journal of Environmental & Science Education*, 12(8), 1709-1717.
- [16] Sağlam, A., & Gürbüz, R. (2021). The misconceptions and errors of students about Pythagorean theorem. *Journal of Education and Practice*, 12(5), 67-77.
- [17] Sari, R. H. Y., & Wutsqa, D. U. (2019). Analysis of student's error in resolving the Pythagoras problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1320(1), 012056.
- [18] Veloo, A., Krishnasamy, H. N., & Wan Abdullah, W. S. (2015). Types of student errors in mathematical symbols, graphs and problem-solving. *Asian Social Science*, 11(15), 324-334.

[19] Zulyanty, M., & Mardia, A. (2022). Do students' errors still occur in mathematical word problem-solving? A newman error analysis. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(2), 343-353.

Vaso Chrysikou, Roula Kitsiou, Maria Karazanou, Charoula Stathopoulou

English

INTERACTION MATTERS: RESEARCH ON DEVELOPMENT OF ALTERNATIVE CURRICULAR EXPERIENCES FOR YOUNG PRISONERS AND PROSPECTIVE TEACHERS (ACTinPRISON)

The main goal of ACTinPRISON project is the improvement of the educational experiences for young prisoners and the same time to prepare prospective teachers to better address diversity issues in their classes.

Challenges regarding prison education

- *Prison's framework.*

The emphasis is on the oppressive (and disciplinary) tendencies dominant in prisons; practices are formulated around discourses of control and discipline, resulting also to a disappointing and limited education.

- *Peculiarities of prison education.*

Often uniformed curricula incompatible to their ages are used; teachers are not well prepared, e.g. on principles of intercultural education, adult education.

Objectives

To design, implement and evaluate:

- curricular activities in a dynamic and interactive process exploiting innovative practices (Drama, ICTs)
- other interactive actions;
- To *mitigate* existing violence between young prisoners, often coming from different cultural and religious backgrounds facilitating their peaceful coexistence through innovative and collaborative actions;
- To contribute to young prisoners' empowerment that will better prepare them for their rehabilitation and, at the same time to raise awareness among prospective teachers, while better preparing them for their future roles;
- To develop a theoretical framework for prison education that integrates alternative educational forms contributing to the dialogue for transformation and aiming at the sustainable social rehabilitation of young prisoners.



Français

L'INTERACTION COMPT: RECHERCHE SUR LE DÉVELOPPEMENT D'EXPÉRIENCES CURRICULAIRES ALTERNATIVES POUR LES JEUNES DÉTENUS ET LES FUTURS ENSEIGNANTS (ACTINPRISON)

L'objectif principal du projet ACTinPRISON est d'améliorer les expériences éducatives des jeunes détenus et en même temps de préparer les futurs enseignants à mieux aborder les questions de diversité dans leurs classes.

Les défis concernant l'éducation en prison

- Le cadre de la prison.

L'accent est mis sur les tendances oppressives (et disciplinaires) dominantes dans les prisons ; les pratiques sont formulées autour de discours de contrôle et de discipline, ce qui aboutit également à une éducation décevante et limitée.

- Particularités de l'éducation en prison.
Des programmes d'études uniformes et incompatibles avec leur âge sont souvent utilisés ; les enseignants ne sont pas bien préparés, par ex. sur les principes de l'éducation interculturelle, de l'éducation des adultes.

Objectifs

Concevoir, mettre en œuvre et évaluer:

- activités curriculaires dans un processus dynamique et interactif exploitant des pratiques innovantes (théâtre, TIC)
- d'autres actions interactives;
- Atténuer la violence existante entre les jeunes détenus, souvent issus de milieux culturels et religieux différents, en facilitant leur coexistence pacifique à travers des actions innovantes et collaboratives ;
- Contribuer à l'autonomisation des jeunes détenus qui les préparera mieux à leur réinsertion et, en même temps, sensibiliser les futurs enseignants, tout en les préparant mieux à leurs futurs rôles ;

Développer un cadre théorique pour l'éducation en prison qui intègre des formes éducatives alternatives contribuant au dialogue pour la transformation et visant la réinsertion sociale durable des jeunes détenus.